



TESIS DOCTORAL

**TÍTULO: TÉCNICAS DE FOTOGRAMETRÍA Y VISIÓN POR
COMPUTADOR PARA EL MODELADO 3D DE ESTRUCTURAS
GEOMORFOLÓGICAS DINÁMICAS**

AUTOR: JAVIER DE MATÍAS BEJARANO

**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE SISTEMAS INFORMÁTICOS Y
TELEMÁTICOS**

Conformidad de los directores:

Fdo: José Moreno del Pozo

Fdo: José Jesús Guerrero Campo

Técnicas de fotogrametría y visión por computador para el modelado 3D de estructuras geomorfológicas dinámicas.

Códigos UNESCO: 2209.90, 2504.04, 2506.07.

Palabras clave: *Fotogrametría, Visión por computador, Geomorfología, Glaciares rocosos.*

Resumen

Los diferentes enfoques que tienen la visión por computador y la fotogrametría de acercarse al problema del modelado y medida tridimensionales (3D) aportan un interesante punto de partida para esta tesis doctoral. Son disciplinas con objetivos similares (la construcción de modelos 3D de objetos reales, entre otros), pero provienen de mundos dispares y la forma de acercarse al problema es diferente y a la vez complementaria.

En esta tesis se pretende combinar técnicas desarrolladas en el campo de la visión por computador y de la fotogrametría para desarrollar métodos automáticos que nos permitan generar productos cartográficos tridimensionales de estructuras dinámicas.

Aunque las técnicas que se desarrollen durante este trabajo pretenden ser generales en cuanto a su campo de aplicación, nos centraremos principalmente en un caso de especial relevancia. En concreto se trabajará con estructuras geomorfológicas dinámicas (glaciares rocosos), que conllevan una serie de características especiales que dificultan el uso de técnicas convencionales y son de gran interés actual en el ámbito de la geomorfología, entre otras cosas por permitir analizar efectos del “cambio climático”.

Abstract

Computer Vision and Photogrammetry try to solve the problem of 3D reconstruction in a different way and that is the interesting beginning of this thesis project. These disciplines have similar objective (3D reconstruction of real objects), but come from different fields and have very different manners to approach the problem.

The goal of this project is to use known Computer Vision and Photogrammetry techniques and develop new automatic methods to produce 3D cartography products of dynamic structures.

Although it is very important get techniques with a general purpose, during thesis development we work with dynamic geomorphologic structures (rock glaciers), which a set of special features that make it interesting like field of application. Rock glacier studies are very interesting because allow experts analyze climate change and his effects.

“Nulla estetica sine ética, ergo apaga y vámonos.”

J.M. Valverde

Agradecimientos personales

A Sabela, por ser el pilar de mi vida.

A mi madre, por su apoyo incondicional

A José Juan, por llamarme aquel día a su despacho para iniciar todo este maravilloso proyecto y ser un apoyo constante durante todos estos años.

A Pepe y Josechu, porque sin ellos aún estaría en la oscuridad más absoluta.

A todos los componentes de IGPU (Ingeniería Geomática y Patrimonio Urbano), José Juan, Alan, Fernando, Lupe, Pérez,..., por iniciar éste y muchos otros proyectos y por toda su ayuda en aquello que no es de los de mi gremio.

A todos los componentes de RoboLab, Pablo, Pilar,..., por todas sus aportaciones para esta tesis.

A los equipos de Antonio Gómez y Enrique Serrano y a todos los que han acudido a trabajar a pie de campo, Ferrán, Fernando, Ibai, Juanjo, Montse, María, Manu,..., por lo que me enseñaron de los glaciares y por los buenos momentos que pasamos en las montañas.

Agradecimientos institucionales

En primer lugar, a la Junta de Extremadura, que me concedió la beca predoctoral con la que comenzó todo.

En segundo lugar, a las entidades que financiaron los proyectos necesarios para el trabajo de campo de esta tesis doctoral:

- “Procesos de ladera y cambios climáticos en montaña atlántica y de transición: Cordillera Cantábrica y Pirineos” financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia (2007-2009). (Expediente nº: CGL2007 – 65295/BTE)
- “Geoindicadores de alta montaña y cambio global: Análisis y control de indicadores geomorfológicos en el parque nacional de Picos de Europa” financiado por el Ministerio de Medio Ambiente (2008-2009). (Expediente nº: 007 – 2007).
- “La criosfera como geoindicadora ambiental y del cambio climático: procesos de ladera asociados al hielo y la nieve en las montañas del norte peninsular

(Pirineos – Cantábrica)” financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación (2010-2013). (Expediente nº: CGL2010 – 19729)

- “*Criosfera y cambio global en espacios naturales protegidos: control de procesos geomorfológicos asociados a la nieve y el hielo como geoindicadores de cambio ambiental en el Parque Nacional Picos de Europa*” financiado por el Ministerio de Medio Ambiente, Rural y Marino (2010-2013). (Expediente nº: OAPN 053 – 2010).

Especialmente por el proyecto “*Degradación de hielo fósil, permafrost y cambio climático en Sierra Nevada*” financiado por el Ministerio de Medio Ambiente (2008-2009). (Expediente nº: 018 – 2007) y acogido por el grupo de investigación "Paisaje y paleoambientes en la montaña mediterránea" (Ref. 2009SGR0868).

Índice

1. Introducción.....	3
1.2. Motivación del trabajo.....	5
1.3. Objetivos.....	7
1.4. Organización de la tesis.....	9
2. Estado del arte.....	13
2.1. Situación actual de la fotogrametría.....	13
2.2. Visión por computador: Conceptos generales.....	25
2.3. Emparejamiento de imágenes.....	33
2.4. Métodos para el cálculo de modelos densos 3D.....	36
2.5. Medición y monitorización de la dinámica glaciar.....	40
2.6. Monitorización de glaciares en distintos períodos.....	45
3. Metodología.....	51
3.1. Bloque I: Modelado de las cámaras.....	52
3.1.1. Fase 1: Calibración interna.....	52
3.1.2. Fase 2: SIFT como emparejador de puntos.....	54
3.1.3. Fase 3: Geometría epipolar.....	56
3.1.4. Fase 4: Orientación externa.....	57
3.2. Bloque II: Obtención de una superficie previa.....	59
3.2.1. Fase 5: Triangulación: Obtención de puntos 3D.....	59
3.2.2. Fase 6: Triangulación Delaunay: Obtención de una TIN.....	60
3.3. Bloque III: Modelo 3D final.....	62
3.3.1. Fase 7: Mapas densos de profundidad.....	62
3.4. Bloque IV: Desplazamiento de bloques.....	68
3.4.1. Fase 8: Dense Flow Vectors.....	69

4. Experimentos.....	77
4.1. Materiales utilizados.....	77
4.1.1. Cámaras utilizadas.....	78
4.1.2. Instrumental topográfico.....	80
4.2. Escenarios de trabajo.....	81
4.2.1. Glaciar del Veleta en Sierra Nevada.....	82
4.2.2. Helero del Jou Negro (2007).....	111
5. Conclusiones.....	119
A.I. Referencias bibliográficas.....	127
A.II. Índice de figuras.....	137
A.III. Índice de tablas.....	143

Capítulo 1: Introducción

1. Introducción

1. Introducción

El inicio de esta tesis doctoral se ha de buscar en la confluencia de dos disciplinas provenientes de mundos distintos y complementarios: la parcela de conocimiento denominada **tratamiento digital de imágenes y visión por computador** enmarcada en el ámbito de las tecnologías informáticas y una segunda derivada de los entornos de la cartografía y la expresión gráfica, esto es, la **fotogrametría**. Ambas disciplinas tienen en común la obtención de modelos tridimensionales del mundo real a partir de datos fotográficos. Por eso el primer objetivo global consiste en aunar criterios, conceptos, metodologías, herramientas y técnicas comunes de estas dos parcelas del conocimiento. Debemos preguntarnos: ¿qué proponen cada una de las dos disciplinas para solucionar el problema del modelado 3D? y ¿qué ventajas tiene cada una de ellas?

La pretensión principal de este trabajo es el diseño y desarrollo de metodologías mixtas conducentes a la obtención de productos cartográficos digitales, utilizando como vía de adquisición de datos la fotografía (ya sea aérea o terrestre).

Se puede observar en el título de este trabajo que las técnicas desarrolladas tienen un campo de aplicación que es el **estudio de estructuras geomorfológicas dinámicas**. En concreto los glaciares rocosos son un tipo de estructura geomorfológica con unas características especiales, complejo para su tratamiento con las técnicas usuales, y además de gran interés actual en el ámbito de la geomorfología, entre otras cosas por ser considerado un buen indicador para la realización de estudios que versen acerca del llamado “cambio climático”.

Para solucionar el problema de la monitorización de glaciares existe una amplia variedad de técnicas. Sin embargo, se pretende obtener una metodología que dé una solución con un flujo de trabajo más sencillo, con similares o mejores precisiones de las que actualmente se obtienen y con una mayor variedad de productos cartográficos, que sean útiles en los estudios geomorfológicos de glaciares. En esta tesis doctoral por tanto, se pretende desarrollar una metodología de trabajo capaz de resolver los problemas que surgen en el uso del software fotogramétrico común, sobre todo en campos de aplicación como éste. La complejidad de este tipo de problemas es sensiblemente mayor al de otro tipo de prácticas.

1. Introducción

La visión por computador y la fotogrametría actualmente consiguen resolver muchos de los problemas que se plantean al proponer esta nueva metodología. Es importante encontrar los conceptos, herramientas y técnicas comunes existentes entre ambas. A partir de esta visión conjunta deberá surgir esta nueva metodología que resuelva los problemas que en un principio se proponen, tanto en lo relativo al **mayor automatismo de las técnicas** (simplificando los flujos de trabajo y por tanto reduciendo la labor humana) como en la obtención de productos cartográficos más complejos.

Lo interesante de la tesis es llegar a conocer, a efectos prácticos, que puede aportar la unión de las dos materias y que métodos y técnicas podemos conocer y proponer que saquen el máximo rendimiento a esa unión. La aparición de nuevas **técnicas de matching robusto** (Lowe 2004, Bay et al. 2006, Mikolajczyk y Schmid 2003 y 2005, Mikolajczyk et al. 2005), la proliferación de **técnicas de emparejamiento denso** (Seitz et al. 2006, Goesele et al. 2006) y todo el conocimiento que se tiene hoy día de la **geometría multivista** (Trucco y Verri 1998, Faugeras y Luong 2001, Hartley y Zisserman 2003), han hecho de la visión por computador evolucione hasta cotas no previstas en los últimos años. Si observamos todo este conocimiento desde el interés que todas estas mejoras pueden tener en el mundo de la fotogrametría, nos damos cuenta del rendimiento que se puede lograr de esa unión.

Aunque esta tesis doctoral tiene interés en muchos campos de aplicación (Ingeniería minera, ingeniería civil,...), como método de fotogrametría, se ha pretendido centrar en un caso muy concreto. El estudio de **estructuras geomorfológicas dinámicas** (más específicamente glaciares rocosos), es un campo de aplicación con un alto interés científico y un buen campo de pruebas para la metodología a desarrollar.

En primer lugar tiene un alto interés científico en el ámbito de la geomorfología. Desde al menos el siglo XIX el estudio de glaciares rocosos ha sido una disciplina de especial relevancia. Además su estudio y seguimiento se ha convertido en uno de los factores más importantes a estudiar cuando lo que se pretende es observar las variaciones del clima en las diversas áreas del mundo. La investigación de su dinamismo, los cambios de volúmenes que sufre y su relación con la variación de temperaturas convierten su estudio en un asunto prioritario respecto a otros fenómenos geomorfológicos. Es por esto que entre los geomorfólogos surge la necesidad de obtener mejores productos cartográficos, más complejos, más completos, con mayor

información y que puedan adaptarse a las necesidades de monitorización de un fenómeno tan especial como el del fenómeno del glaciario. Hasta ahora los geomorfólogos disponían de diversas metodologías para la obtención de cartografía o información tridimensional (Sistemas de posicionamiento global, Métodos topográficos, Fotogrametría convencional,...), sin embargo son necesarios métodos basados en las nuevas tecnologías que proporcionen un mayor automatismo, capaces de generar mayor cantidad de información 3D y que además nos permitan monitorizar la dinámica de los glaciares a través del tiempo (normalmente años).

Como se decía anteriormente, se puede considerar el campo del glaciario como un banco de pruebas desde el que partir para conseguir una metodología aplicable en multitud de campos en los que haya una similitud con las características especiales de este fenómeno geomorfológico. Los campos de aplicación pueden ir desde la **ingeniería de minas**, en el estudio de canteras y explotaciones a cielo abierto, hasta la **ingeniería civil**, como ayuda a las medidas topográficas realizadas en proyectos de vías de comunicación como carreteras o ferrocarriles.

1.2. Motivación del trabajo

La motivación de este trabajo se puede dividir en dos importantes aspectos que serán los que se desarrollen a lo largo de la tesis doctoral.

En primer lugar se trata del aspecto técnico y posicional del trabajo. La relación de los grupos de la Universidad de Extremadura, **IGPU** (Ingeniería Geomática y Patrimonio Urbano), integrado por investigadores del ámbito de la geomática, y **RoboLab** (Laboratorio de Robótica y Visión), integrado por investigadores del ámbito de la robótica y la visión por computador, estableció la primera piedra de este trabajo. Ambos grupos de investigación desarrollaban y utilizaban métodos y técnicas en los que el objetivo final no era otro que la obtención de información tridimensional (cualquier tipo de escena a reconstruir) a partir de información bidimensional (en forma de imágenes en cualquier soporte). Por tanto, si ambos grupos tenían ese objetivo común, utilizando metodologías diferentes y complementarias, ¿por qué no aunar esfuerzos, técnicas y metodologías de trabajo con ese fin?

De esta pregunta surge el proyecto de investigación “*Desarrollo de un restituidor digital para la realización de cartografía automática bajo Linex*” financiado por la

1. Introducción

Junta de Extremadura (2PR04B028) y donde los investigadores de ambos grupos establecen los primeros puntos de unión que motivan esta idea. El autor de este trabajo comienza su labor investigadora en este proyecto y ese momento se convierte en el germen de esta tesis doctoral.

Un papel también importante lo ha jugado el profesor José Jesús Guerrero Campo (miembro del grupo **RoPeRT**, “Robótica, percepción y tiempo real”, de la Universidad de Zaragoza) que junto al profesor José Moreno del Pozo (miembro del grupo **RoboLab**, de la Universidad de Extremadura) comienzan en 2005 a tutelar esta tesis doctoral.

El segundo aspecto importante en cuanto a la motivación del trabajo es la aplicación práctica de la metodología a desarrollar, como es el modelado de estructuras geomorfológicas dinámicas. El autor de esta tesis doctoral ha participado en varios proyectos multidisciplinares en los que se aúnan expertos del área de la geomática con los del área de la geomorfología. La experiencia en estos proyectos ha traído dos importantes avances para el trabajo. El primero tiene que ver con el conocimiento adquirido acerca de lo que se pretende conseguir, saber que técnicas y productos cartográficos se han utilizado anteriormente en este tipo de proyectos y sobre todo como se pueden tratar de mejorar. El segundo es más práctico y tiene que ver con la obtención de datos (normalmente imágenes e información topográfica) imprescindibles para experimentar la metodología propuesta.

Los proyectos en los que el autor ha participado como investigador son los siguientes:

- “*Escáner móvil autónomo robotizado*” financiado por la Junta de Extremadura (2009-2012). (Expediente nº: PDT09A044)
- “*Modelado tridimensional de precisión, estudio de patologías- estructural y paseos virtuales por el patrimonio histórico y cultural de Extremadura*” financiado por la Junta de Extremadura (2009-2012). (Expediente nº: PRI09A025)
- “*Procesos de ladera y cambios climáticos en montaña atlántica y de transición: Cordillera Cantábrica y Pirineos*” financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia (2007-2009). (Expediente nº: CGL2007 – 65295/BTE)

- *“Geoindicadores de alta montaña y cambio global: Análisis y control de indicadores geomorfológicos en el parque nacional de Picos de Europa”* financiado por el Ministerio de Medio Ambiente (2008-2009). (Expediente nº: 007 – 2007)
- *“Degradación de hielo fósil, permafrost y cambio climático en Sierra Nevada”* financiado por el Ministerio de Medio Ambiente (2008-2009). (Expediente nº: 018 – 2007)
- *“La criosfera como geoindicadora ambiental y del cambio climático: procesos de ladera asociados al hielo y la nieve en las montañas del norte peninsular (Pirineos – Cantábrica)”* financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación (2010-2013). (Expediente nº: CGL2010 – 19729)
- *“Criosfera y cambio global en espacios naturales protegidos: control de procesos geomorfológicos asociados a la nieve y el hielo como geoindicadores de cambio ambiental en el Parque Nacional Picos de Europa”* financiado por el Ministerio de Medio Ambiente, Rural y Marino (2010-2013). (Expediente nº: OAPN 053 – 2010)

Estas dos principales motivaciones están, implícita o explícitamente, reflejadas a lo largo de todos los capítulos de esta tesis doctoral.

1.3. Objetivos

El objetivo general de este trabajo, tal y como se puede deducir de su título, es el de establecer una metodología que permita obtener **modelos tridimensionales de estructuras geomorfológicas dinámicas**, a través del uso de técnicas fotogramétricas y de visión por computador.

Concretando ese objetivo general se pretende desarrollar una metodología de trabajo en la que se aúnen técnicas provenientes de la **fotogrametría** y la **visión por computador**. El fin que se persigue es simplificar el complejo flujo de trabajo que en la actualidad se utiliza en la realización de un proyecto fotogramétrico. La pregunta que cabe hacerse es que beneficios puede aportar a un proyecto de reconstrucción tridimensional la unión de las dos disciplinas. En el capítulo 2, referente al estado del arte, se exponen ambas. Por un lado se trata la forma que tiene la fotogrametría de

1. Introducción

afrontar la reconstrucción tridimensional de una escena, de que fases consta el método fotogramétrico y como se han automatizado a lo largo de los últimos años algunas de las fases. Por otro lado se exponen los avances producidos en el ámbito de la visión por computador y que técnicas pueden facilitar la propuesta que se realiza en este trabajo. La metodología que se desarrolla ha de asociar ambas facetas. Lo que se busca es una propuesta automática, o lo más automática posible, y que conlleve un flujo de trabajo menos complejo y con un menor tiempo de trabajo frente a las propuestas clásicas.

En segundo lugar se encuentra un objetivo puramente técnico, la utilización de una metodología que permita la obtención de reconstrucciones con una gran **densidad de puntos**. Se precisa de una técnica que supere la densidad obtenida en propuestas anteriores (López et al. 2006, Sanjosé y Lerma 2001 y 2004). En el apartado 2.4 se detallan los aspectos más interesantes que caracterizan a los métodos de emparejamiento denso, así como las diferentes propuestas aparecidas en la literatura en los últimos años. Se necesitan obtener del orden del millón de puntos 3D con la precisión suficiente como para ser útiles en posteriores aplicaciones.

El tercer gran objetivo es también de carácter técnico, aunque con una clara vocación práctica. Es el derivado de su aplicación al ámbito de la reconstrucción de **estructuras geomorfológicas dinámicas** (mayoritariamente glaciares rocosos). Se pretende desarrollar técnicas que permitan relacionar los datos de la reconstrucción de una campaña con los datos de otras campañas, es decir, establecer una secuencia temporal predecible. Los productos cartográficos que se obtienen no se limitan a reconstrucciones tridimensionales estáticas (de un solo instante en el tiempo), sino que estos productos sean más completos y tengan en cuenta la dinámica de la estructura a modelar. De esta forma, se puede estudiar con más detalle la evolución en el tiempo de los distintos bloques de la estructura bajo estudio. Será interesante conocer que técnicas se pueden desarrollar con este objetivo, que precisiones se pueden obtener y cuantas campañas son necesarias para este tipo de relaciones.

Existe un interés creciente en el estudio de los **fenómenos de glaciario** (en este caso glaciares rocosos y heleros) por su relación con los efectos del “cambio climático”. En el apartado 2.5 del siguiente capítulo se hará un repaso por los trabajos existentes que tienen un objetivo similar y cual ha sido la evolución producida en los últimos años. Aunque se pretende desarrollar una metodología de propósito general, parte de la motivación de este trabajo surge de su campo de aplicación. En el capítulo de

experimentos se muestran ejemplos de aplicación de esta metodología en proyectos geomorfológicos. Además, se incluyen referencias bibliográficas de trabajos del ámbito de la geomorfología, donde se ha aplicado la metodología de trabajo propuesta.

Los objetivos del trabajo se pueden resumir en:

- Simplificar el flujo de trabajo del método fotogramétrico.
- Conseguir una mayor automatización del proceso de reconstrucción de una escena tridimensional.
- Reducir el tiempo de trabajo necesario en un proyecto de reconstrucción tridimensional.
- Conseguir la densidad de información 3D suficiente para la producción de cartografía de gran nivel de detalle.
- Conseguir la precisión suficiente que exigen los proyectos geomorfológicos donde se aplica la metodología de trabajo propuesta.
- Obtener mejores productos cartográficos a utilizar en la monitorización de glaciares. Sobre todo en lo relativo a la relación entre campañas.

1.4. Organización de la tesis.

La tesis doctoral está organizada en 5 capítulos:

- Este primer capítulo, donde se realiza la **introducción** del trabajo, haciendo hincapié en las motivaciones y objetivos del mismo.
- El segundo capítulo, dedicado al **estado del arte**, donde se establecen las técnicas, métodos y trabajos principales publicados en relación con los objetivos de este trabajo.
- El tercer capítulo, donde se especifica la **metodología** desarrollada en este trabajo. Se establecen las fases en las que se divide ésta especificando los resultados de cada una de ellas y su importancia en el resultado final.

1. Introducción

- El cuarto capítulo está dedicado a los **experimentos**, exponiendo los resultados obtenidos en la aplicación práctica de la metodología propuesta. Se especifican los materiales utilizados así como los escenarios donde se realizaron los experimentos.
- El quinto capítulo es el dedicado a las **conclusiones**, indicando hasta que punto se han alcanzado los objetivos marcados en el inicio de la tesis.

Capítulo 2: Estado del arte

2. Estado del arte

2. Estado del arte.

Antes de hablar de la metodología que se propone en esta tesis doctoral, es indispensable conocer el estado en que se encuentran los problemas que se plantean para la consecución de los objetivos propuestos en el capítulo de introducción. En primer lugar, en los apartados 2.1 y 2.2, se aborda la situación actual de las dos grandes materias sobre las que se cimenta esta tesis doctoral, es decir, la fotogrametría y la visión por computador. Tal y como se ha indicado en el anterior capítulo, son dos materias provenientes de mundos diferentes, con fines muy similares y que aportan cada una distintas mejoras a este trabajo. Posteriormente, en el apartado 2.3, se explica la evolución y el estado actual en que se encuentra la medición de glaciares mediante fotogrametría (en sus diferentes formas). Éstos serán las estructuras específicas en las que se aplica la solución obtenida, tal y como se explica en el capítulo dedicado a los resultados experimentales.

Una vez expuestos los tres mundos en que se mueve esta tesis doctoral (Fotogrametría, visión por computador y geomorfología de glaciares rocosos) es el momento de entrar en detalles más específicos. Los apartados 2.4, 2.5 y 2.6 explican el estado de la cuestión en cuanto a los tres aspectos técnicos que marcan las diferencias de este trabajo con trabajos anteriores. El apartado 2.4 trata el problema del emparejamiento de imágenes, su evolución, y algunas comparativas que avalan la utilización de algoritmos para este fin en la solución propuesta. En el apartado 2.5 se expone el problema del emparejamiento denso. Partiendo de trabajos previos se exponen los criterios a seguir para la elección de un método adecuado adaptándolo al campo en que se quiere aplicar. Por último, el apartado 2.6 se centra en los trabajos existentes para emparejar imágenes de distintas épocas en el problema específico de la monitorización de glaciares.

2.1. Situación actual de la fotogrametría.

El concepto actual de fotogrametría es bastante amplio. Tradicionalmente la **fotogrametría** se ha definido como el proceso de obtener información métrica de un objeto a través de las medidas realizadas en fotografías. Muy relacionada con la

2. Estado del arte

fotogrametría se encuentra la **foto-interpretación**, que se define como la extracción de información cualitativa sobre los objetos fotografiados, mediante el análisis visual humano y la evaluación de fotografías. Además, se puede añadir la **teledetección**. Se define ésta como el conjunto de técnicas que nos permiten utilizar una mayor variedad de ondas del espectro electromagnético que únicamente las que pueden impresionarse en una fotografía. Todos estos conceptos están incorporados a los estudios que de la fotogrametría se hacen actualmente (Wolf y Dewitt 2000, Mikhail et al. 2001 y McGlone 2004).

La principal tarea de la fotogrametría es rigurosamente establecer las relaciones geométricas entre la imagen y el objeto en el momento de la toma fotográfica. Una vez se establece esta relación correctamente, se podrá obtener información del objeto a partir de las imágenes. Esta relación se establece de dos formas:

- **Analógica:** Mediante el uso de artificios ópticos y mecánicos (opción hoy prácticamente en desuso).
- **Analítica:** Donde el modelado es analítico y el proceso digital mediante el uso de computadores.

La disponibilidad de imágenes en formato digital y el aumento de la capacidad de proceso de los computadores digitales abrieron una gran variedad de posibilidades de adaptación de técnicas de otras disciplinas. La primera de ellas es el **procesamiento digital de imágenes**. Esta disciplina implica varios tipos de tareas: compresión, restauración, segmentación o descripción de imágenes. La segunda de estas disciplinas es el **reconocimiento de patrones**, el análisis de imágenes por computador consigue la extracción automática de patrones característicos y su comparación con los de un diccionario. La otra de las disciplinas implicadas es la **inteligencia artificial**. Esta implica el estudio de técnicas que permiten a los computadores hacer aquellas cosas que actualmente las personas hacen mejor. Cuando estas técnicas se aplican en el mundo de la imagen se habla de **visión por computador**. Su principal objetivo es desarrollar descripciones de objetos a partir de sus imágenes. Los métodos de visión por computador se han ido incorporando cada vez más al método fotogramétrico, sobre todo en la automatización de tareas. De esta forma se reduce el trabajo del operador fotogramétrico.

El método de trabajo que sigue la fotogrametría clásica es el que se conoce como restitución (Buill et al. 2003 y Lerma 2002). La restitución trata el problema de obtener y almacenar las coordenadas de un determinado objeto a partir de las correspondientes fotocoordenadas calculadas sobre el par estéreo (fotografías).

El proceso que se sigue hasta conseguir la intersección entre los rayos homólogos se denomina orientación, y se puede dividir en los siguientes apartados:

- **Orientación interna:** La orientación interna consiste en la reconstrucción individual de los rayos que impresionaron la imagen fotográfica, eliminando las deformaciones producidas en el proceso de medición de coordenadas imagen, y su posterior refinamiento. Para realizar la orientación interna de la pareja de fotogramas es necesario conocer los datos de calibración de la cámara con la que se hicieron las fotografías. Estos datos incluyen la distancia focal calibrada, la posición del punto principal respecto al centro fiducial y la función de distorsión óptica.
- **Orientación relativa:** Se llama orientación relativa al problema de lograr que los haces, formados mediante la orientación interna, tomen idéntica posición, con respecto al modelo, a la que tuvieron al ser tomadas las fotografías. Para ello es necesario orientar las fotografías y el modelo en un sistema de coordenadas común. Dicho de otro modo, se trata de relacionar el sistema de coordenadas imagen, propio de la fotografía con el sistema de coordenadas del modelo.
- **Orientación absoluta:** En la orientación absoluta lo que se hace es escalar, girar y desplazar todo el conjunto hasta una posición conocida con respecto a un sistema de coordenadas terreno. Como se dispone de un modelo semejante al terreno, mediante un mínimo de 3 puntos de control, para los que se conocen las coordenadas en ambos sistemas, modelo y terreno, se determinan los 7 parámetros (vector de traslación, ángulos de giro y factor de escala) de la transformación tridimensional de semejanza que pasa del sistema modelo al sistema terreno.
- **Restitución:** Es la última fase del método y es en ella donde se determinan finalmente las coordenadas del objeto a cartografiar. El operador fotogramétrico, mediante el sistemas de coordenadas obtenido en la fase anterior, establece las coordenadas que considera interesantes para obtener la cartografía final.

2. Estado del arte

El que se ha expuesto es el método clásico. Aunque han surgido muchos avances con la introducción de la fotogrametría digital, no se han cambiado en gran medida ninguna de las fases del método expuesto. Más bien los avances se han encaminado a la automatización de los diferentes procesos que forman el método (Wolf y Dewitt 2000, Mikhail et al. 2001 y McGlone 2004).

Se ha expuesto el método clásico, con una explicación general de cada fase, pero a continuación se explicará con más detalle en que consiste. El desarrollo de técnicas fotogramétricas se basa en tres operaciones básicas:

- *Resection*: Se trata de determinar la posición y orientación de una imagen en el espacio.
- *Intersection*: Consiste en calcular las coordenadas de un punto del objeto a modelar a partir de las coordenadas de 2 o más imágenes.
- Ambas operaciones se combinan en la tarea de triangulación o *block adjustment*, en la que los parámetros de la orientación de la imagen y las coordenadas de los puntos se calculan simultáneamente.

La combinación de estas tres operaciones básicas da como resultado el método fotogramétrico. A continuación, se tratan un poco más en detalle el uso de estas operaciones básicas en alguna de las fases del método fotogramétrico.

Refinado de coordenadas imagen

Los modelos utilizados en fotogrametría describen una geometría de la imagen ideal para así simplificar las ecuaciones. Existen diversos factores que hacen que el rayo de luz se desvíe de la línea recta ideal y se obtengan por tanto **coordenadas distorsionadas**. Es por ello que se precisa un paso de preprocesado. Estas desviaciones no aleatorias respecto del modelo matemático se llaman errores sistemáticos. Lo normal es buscar las causas que producen estos errores sistemáticos para así poder eliminarlos de las coordenadas imagen. Sin embargo, hay otros casos en los que se detectan estos errores sistemáticos, como tendencias en los datos sin conocer de forma certera sus causas. En estos casos, estos errores se tratan de eliminar durante la solución del *block adjustment*, es decir, en un algoritmo que permite procesar la orientación y el cálculo de

coordenadas al mismo tiempo. Esta forma de resolver el problema es lo que se conoce como un proceso de auto-calibración (*self calibration*).

El objetivo del refinado de las coordenadas imagen es asegurar que los errores en éstas se ajustan al modelo matemático. Los errores sistemáticos son corregidos en el orden contrario al que se produjeron. Los errores que se eliminan en esta fase son:

- Los de los comparadores y los escáneres utilizados.
- Las posibles deformaciones de las películas fotográficas.
- El desplazamiento del punto principal.
- Los errores de distorsión de las lentes.
- La refracción atmosférica.
- Los errores de curvatura de la tierra.

Resection

Esta operación consiste en la determinación de la posición y los parámetros de orientación de la imagen respecto del sistema de coordenadas del objeto en el espacio. En el caso estándar, se pretende averiguar las coordenadas del centro de proyección de la cámara (X, Y, Z) y los 3 ángulos que describen la orientación de la cámara (α, ϕ, κ). Existen muchas diferentes formulaciones del problema de la *resection*, optimizadas para diferentes situaciones, requerimientos computacionales y especificación de precisión. Aunque se puede encontrar soluciones rápidas y con pocos requerimientos computacionales, en caso de necesitar soluciones más precisas se requiere de mediciones redundantes y técnicas de ajuste por mínimos cuadrados. Normalmente esta operación sólo se utiliza como cálculo de la solución inicial de una operación de *block triangulation*.

Retroproyección de un solo rayo

A menudo es necesario calcular la posición en el espacio de un punto que aparece en una sola imagen. En la proyección de un punto 3D al plano 2D de la imagen hay una pérdida de la información de profundidad de la escena, por tanto es necesario tener algún tipo de información adicional para recuperarla. El caso más simple es la

2. Estado del arte

retroproyección a partir de un punto dada su elevación (o eje Z). Para ello se suelen utilizar la condición de colinealidad. Existe algún caso más complejo como aquel en que se cuenta con un DEM (*Digital Elevation Model* o, en español, Modelo Digital de Elevación). En este caso hay que estudiar la intersección del rayo con la superficie que describe el DEM.

Intersection

Esta fase se refiere al caso en el que se necesita calcular la posición en el espacio de un punto que aparece en 2 o más imágenes. La solución estándar es la ecuación de colinealidad, para así formar un sistema de ecuaciones lineales. También es posible proponer una solución no lineal mediante la proyección de 2 o más rayos (en función de las imágenes con las que contamos). Éstos determinan una zona donde buscar el punto de intersección.

Orientación relativa

Dadas dos imágenes de una escena tomadas desde distintos puntos de vista, se puede crear un modelo estéreo que permita la visión 3D de la escena. Este procedimiento se conoce como orientación relativa. Ésta implica la determinación de 5 grados de libertad. Si se considera conocida la orientación interna de las imágenes, cada imagen tendrá seis parámetros desconocidos ($X, Y, Z, \alpha, \phi, \kappa$). Aunque no se va a entrar en detalles, se pueden seguir dos tipos de estrategias para su cálculo:

- Una orientación relativa utilizando la condición de coplaneidad.
- Una orientación relativa utilizando las ecuaciones de colinealidad.

Orientación absoluta

Antes de poder usar un par estéreo para fabricar un mapa, se ha de establecer la relación entre el par y el sistema de coordenadas del objeto. Hay 7 parámetros implicados en este proceso: una escala, 3 traslaciones y 3 rotaciones. La forma analítica de la orientación absoluta consiste en una transformación 3D de similitud:

$$\mathbf{Y} = \mu \mathbf{MX} + \mathbf{T}$$

donde μ representa la escala, $\mathbf{M}$ la matriz de rotación y $\mathbf{T}$ la traslación.

Block triangulation

Se ha dicho anteriormente como este proceso es el cálculo de los parámetros de orientación y las coordenadas de los puntos simultáneamente. El desarrollo de este tipo de soluciones ha evolucionado en la misma medida que la capacidad de los computadores. Actualmente todas esas soluciones siguen el método llamado *bundle adjustment* (Triggs et al. 2000).

Digital Photogrammetric Workstations (DPW)

Este paso a la era digital de la Fotogrametría ha supuesto la aparición de lo que en inglés se llaman Digital Photogrammetric Workstations (DPW), que podríamos traducir como Estación de trabajo para la Fotogrametría Digital, aunque en español también se conocen por restituidores digitales. Realmente un DPW no es más que un computador adaptado al trabajo de un operador de Fotogrametría. Consta de un computador al que se añaden elementos que posibilitan tanto la visualización estereoscópica de la escena, como dispositivos de entrada de datos especializados en el tipo de trabajos para el que se ha diseñado el DPW. Por supuesto, además de todos los dispositivos hardware, el sistema incluye el software necesario para desarrollar productos fotogramétricos siguiendo las fases típicas del modelo fotogramétrico.

En la figura 2.1 se muestra en un diagrama el esquema que sigue una aplicación típica de restitución fotogramétrica digital.

2. Estado del arte

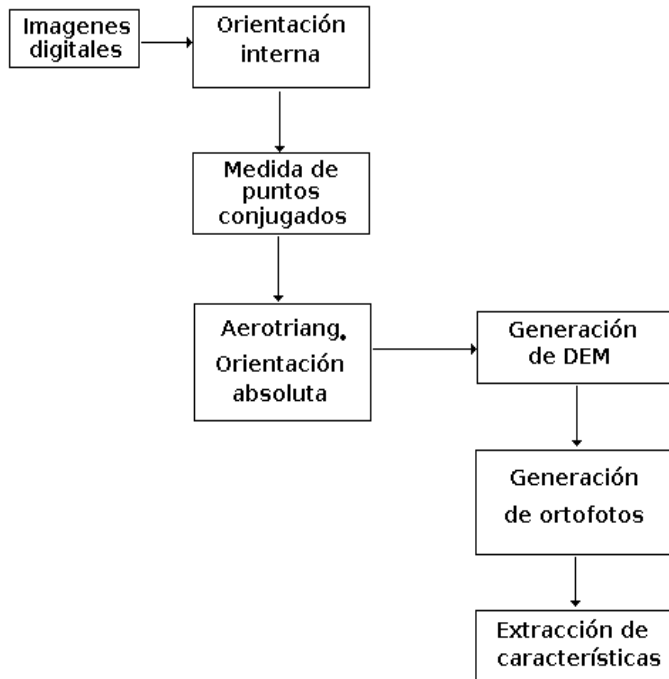


Figura 2.1: Esquema general de funcionamiento de un DPW.

Mientras que el flujo de trabajo de cualquier aplicación fotogramétrica es similar a lo que se indica en la figura anterior, el desarrollo de nuevas técnicas revolucionó la fotogrametría, automatizando gran parte de las tareas. Hoy día cualquier DPW provee al usuario de soluciones listas para utilizarse, altamente modularizables, flexibles e interoperables.

De entrada las tareas que los métodos de correspondencia de imágenes actualmente han conseguido automatizar, total o parcialmente, podemos encontrar:

- **Orientación interna.** La medida de las marcas fiduciales se automatiza a menudo utilizando métodos de correspondencia basada en intensidades.
- **Orientación relativa.** El emparejamiento entre puntos de dos imágenes está también automatizado. El sistema más común de correspondencia que se emplea es el de combinar un método basado en entidades con otro basado en intensidades.
- **Orientación absoluta.** Este es un caso similar al de la orientación interna, pero en vez de buscar las marcas fiduciales, en este caso se buscan los puntos de control de los que tenemos información.

- **Generación de MDE** (Modelos digitales de elevación o Digital Elevation Model, DEM, en inglés). Tanto los métodos de correspondencia basados en intensidades como los basados en entidades se utilizan para derivar los MDE.
- **Extracción de elementos relevantes** (por ejemplo, la extracción de carreteras). Es una de los ejemplos de fotointerpretación más comunes en los que juega un papel muy importante los métodos de correspondencia.

Ya se ha visto en que medida ha influido la automatización de procesos en el método fotogramétrico con la utilización de técnicas de procesamiento de imagen. A continuación a modo ilustrativo se incluyen dos ejemplos de este tipo de automatizaciones que suelen estar implementados en la mayoría de aplicaciones de fotogrametría digital.

Ejemplo de automatización de la orientación interna.

Aunque las cámaras digitales se están convirtiendo en las protagonistas en las aplicaciones fotogramétricas de objeto cercano, cuando se habla de fotogrametría aérea la utilización de sensores digitales de alta resolución no está lo suficientemente extendida, o bien, se ha de contar con fotografías tomadas con sensores analógicos de proyectos más antiguos. Es por ello, que muchas de las fotografías aéreas utilizadas para realizar cartografía vendrán de cámaras de tipo analógico, precisando ser digitalizadas para poder utilizarlas dentro de los programas de fotogrametría digital. Estos negativos digitalizados serán por tanto la entrada del flujo de trabajo de una DPW. En este tipo de configuración, la orientación interna precisa de dos transformaciones:

- Una transformación del sistema de coordenadas píxel de la imagen digital (filas y columnas) al sistema de coordenadas de la imagen analógica, que será definido por las marcas fiduciales (ver figura 2.2).
- La definición del modelo de la cámara seleccionando los parámetros de la calibración de la cámara, para soportar la transformación de fotocoordenadas al espacio objeto.

La segunda de estas tareas vendrá durante la preparación del proyecto de la selección de los datos de calibración de que dispondremos, generalmente información

2. Estado del arte

relativa a los parámetros geométricos de la cámara, marcas fiduciales, etc. Esta información será posteriormente de utilidad, por ejemplo en la aerotriangulación.

La aportación de las DPWs o de la Fotogrametría digital en la orientación interna viene de la primera de las tareas. Ahora este proceso consigue automatizarse. Básicamente lo que haremos es conocer de forma precisa y automática la posición de las marcas fiduciales, para así conseguir la transformación de coordenadas píxel a coordenadas de la imagen analógica. Esta tarea no es más que una tarea típica de reconocimiento de patrones (en este caso las marcas fiduciales, ver figura 2.2) para la que se utilizará alguno de los métodos de correspondencia que implemente la aplicación.

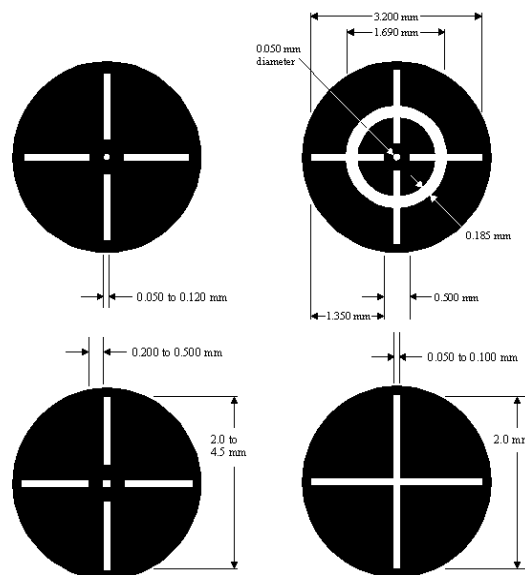


Figura 2.2: Ejemplo de marcas fiduciales.

El esquema típico de esta fase en un DPW es el que se puede ver en la figura 2.3.

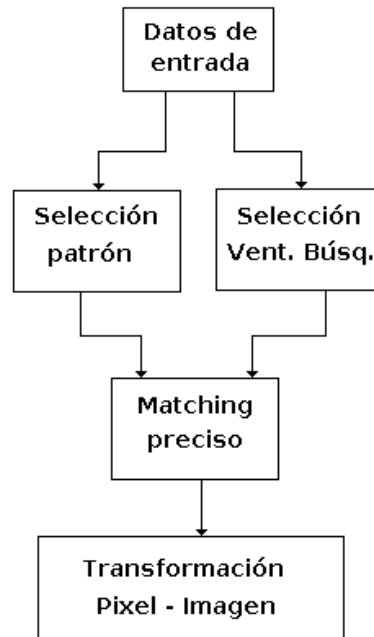


Figura 2.3: Esquema de la fase de orientación interna de un DPW

La forma más común de implementar el emparejamiento (matching) de las marcas fiduciales con el patrón de búsqueda es utilizando métodos de correspondencia basados en intensidades, siendo los más comunes la correlación cruzada y la correlación por mínimos cuadrados. Aunque no es la única alternativa, también es posible utilizar métodos basados en entidades, haciendo uso de métodos como Canny (Canny 1986), Hough (Hough 1962) o SIFT (Lowe 2004) que permiten por ejemplo descomponer la marca fiducial en sus primitivas estructurales para así identificarla más fácilmente en la imagen (Remondino 2006).

Ejemplo de automatización de la orientación relativa.

La orientación interna permite, como se ha visto, la transformación de coordenadas píxel a coordenadas de la fotografía. Junto con los datos de calibración de la cámara se puede reconstruir la geometría para una sola imagen (aunque posteriormente la reconstrucción se realizará para las dos imágenes). El siguiente paso en el método fotogramétrico es la orientación relativa. Su objetivo es el de determinar la posición relativa de las dos imágenes solapadas con respecto a la otra, consiguiendo así la intersección de los rayos homólogos de ambas imágenes y formando por tanto el

2. Estado del arte

modelo estéreo del área representada. Este paso requiere medir un adecuado número de puntos homólogos en el área de solapamiento del par estéreo.

Un ejemplo de flujo de trabajo típico de una implementación de esta fase sería el mostrado en la figura 2.4. En primer lugar se buscan zonas de interés (ventanas de interés) que serán las candidatas a emparejarse con otras de estas zonas de la otra imagen del par. Los puntos homólogos que se consiguen emparejar serán los que se utilicen para calcular la orientación relativa.

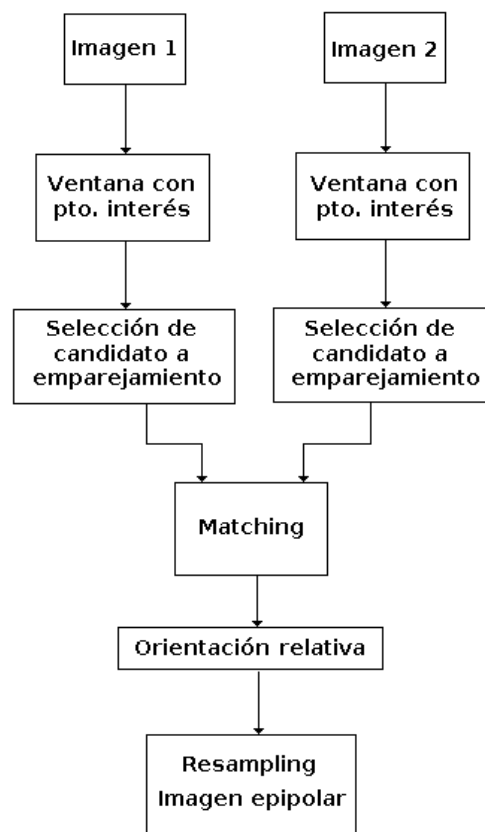


Figura 2.4: Esquema de la fase de orientación externa en un DPW.

Una de las formas más comunes de implementación consiste en aplicar un operador para obtener puntos de interés (Operadores de Foerstner, Moravec o Harris) (Foerstner 1986, Moravec 1981, Harris y Stephens 1988) que delimita las ventanas de interés, para después aplicar alguna técnica de correlación que permita hacer un emparejamiento más preciso sobre estas zonas. La combinación de técnicas de emparejamientos basadas en entidades con las basadas en intensidades permite obtener tiempos de cómputo razonables, ya que el uso exclusivo de técnicas basadas en intensidades sería demasiado costoso computacionalmente.

Una vez se tiene reconstruida la relación entre las dos imágenes se remuestrean las imágenes teniendo en cuenta que ya se conoce la relación que existió entre las mismas en el momento en que se hicieron las fotografías. Cuando se habla de remuestreo, de lo que se trata es de realizar una rectificación de las imágenes para así eliminar las distorsiones geométricas que poseen.

2.2. Visión por computador: Conceptos generales.

La visión por computador fue una de las primeras aplicaciones de la **inteligencia artificial**. En visión por computador, éste utiliza una imagen o imágenes de una escena para hacer aquellas cosas que un humano podría hacer como reconocer un objeto concreto o navegar a través de una escena. ¿Por qué la visión por computador no es un problema resuelto? ¿Por qué un computador no puede observar una imagen aérea y producir un mapa que representa carreteras y edificios? Un gran número de factores se combinan para hacer la visión por computador un problema complejo. Una imagen es una proyección del mundo 3D al plano 2D de la imagen. El tamaño y la forma de los objetos tridimensionales se pierden en el proceso y efectos como la perspectiva y la oclusión complican el proceso.

La visión por computador puede dividirse en subáreas:

- **Machine vision:** Se refiere a la visión por computador utilizada en aplicaciones industriales de objeto cercano. En este caso las condiciones ambientales como la iluminación o la posición de la cámara pueden ser controladas y además son pocos los objetos que se han de reconocer.
- **Image understanding:** Se refiere a la construcción de modelos geométricos de la escena utilizando primitivas para segmentar y reconocer objetos.
- **Visión activa:** En este tipo de aplicaciones se hace menos énfasis en un modelo explícito de la escena ya que se buscan otro tipo de objetivos, como pueden ser la evasión de obstáculos o el seguimiento de dianas.

A continuación, en sucesivos subapartados se detallan algunos conceptos generales relativos a la visión por computador necesarios para entender la metodología propuesta por este trabajo.

Representación de imágenes

Un gran número de algoritmos de visión por computador hacen uso de estructuras de datos que faciliten el procesamiento eficiente de imágenes. La estructura más común para este efecto es la pirámide multi-resolución de imágenes. Ésta consiste en un conjunto de sucesivas reducciones a partir de la imagen original. Esto permite a los algoritmos trabajar sólo con la cantidad de información suficiente en cada caso, haciendo más eficientes algunas de las operaciones de procesamiento de imágenes.

Representación de objetos

El objetivo más usual de un algoritmo de visión por computador es el reconocimiento de un objeto en una escena. Por ello es necesario algún tipo de estructura de datos que permita representar objetos 3D. Se pueden establecer 3 tipos principales para la representación de objetos:

- Representación a través de superficies.
- Representaciones volumétricas.
- Representaciones a partir de cilindros generalizados.

En el apartado 2.5 relativo al emparejamiento denso se detallan en mayor medida estos tipos de representación, así como referencias de algunos trabajos interesantes.

Visión de bajo nivel: extracción de características

Se denomina visión de bajo nivel (en inglés, *low-level vision*) a la obtención de características básicas de la imagen que son útiles para derivar a partir de ellas propiedades de mayor nivel. Existe un gran número de características de este tipo: contornos, regiones, texturas, puntos de interés, disparidad estéreo, color, ... En el apartado 2.3 relativo al emparejamiento de imágenes se explica la evolución y los trabajos más interesantes para la obtención de puntos de interés. Tal y como se expone en el capítulo siguiente, serán las características a partir de las que se obtendrá información tridimensional de las escenas.

El modelo *pinhole*.

Cuando se tienen dos vistas de cámara de una misma escena 3D, hay un número importante de hechos geométricos que dictan relaciones entre estas vistas. El tipo de relaciones entre las dos imágenes dependerá del modelo de cámara utilizado.

El modelo de cámara más usual en visión por computador es el modelo *pinhole* (Hartley y Zisserman 2003). Se considera la proyección central de puntos en el espacio en un plano. Sea el centro de proyección el origen de un sistemas de coordenadas euclidiano, y se considera el plano $z = f$, que se llamará plano imagen o plano focal. Bajo el modelo de cámara *pinhole*, un punto $\mathbf{X}$ en el espacio con coordenadas $\mathbf{X} = (x, y, z)^T$ se proyecta en el punto en el plano imagen donde corta una línea que une el punto $\mathbf{X}$ con el centro de proyección con el plano imagen, tal y como muestra la figura 2.5. De forma rápida podemos deducir que el punto 3D $(x, y, z)^T$ quedará como $(f x/z, f y/z, f)^T$ en el plano imagen, expresado en coordenadas homogéneas.

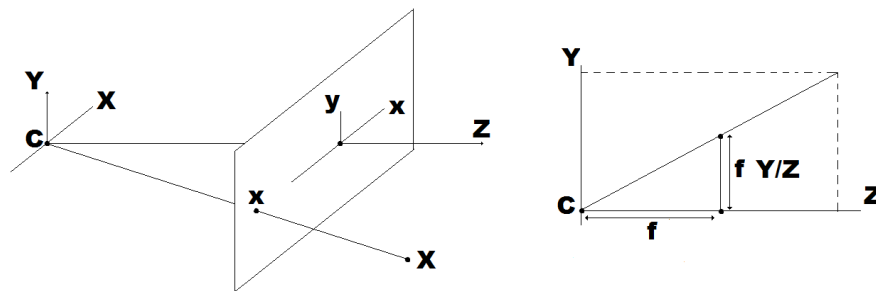


Figura 2.5: Modelo de cámara *pinhole*.

El centro de proyección óptico también es conocido como centro óptico. La línea desde el centro al plano de la imagen se la conoce como eje principal o rayo principal de la cámara, y el punto donde el eje principal se corta con el plano de la imagen se le conoce como punto principal. La distancia f referida anteriormente es la longitud focal.

La forma algebraica de definir una cámara como función geométrica es la de una matriz 3×4 que se conoce como la matriz de proyección de la cámara. Dado un punto $\mathbf{X} = (x, y, z, 1)^T$ 3D y su correspondiente proyección en 2D $\mathbf{x} = (x, y, 1)^T$ su relación vendrá de la expresión:

$$\mathbf{x} = \mathbf{P}\mathbf{X}$$

2. Estado del arte

La matriz de proyección $\mathbf{P}$ se puede descomponer en sus principales miembros:

$$\mathbf{P} = \mathbf{K} [\mathbf{R} | \mathbf{t}]$$

donde $\mathbf{K}$ representa los parámetros internos de la cámara, $\mathbf{R}$ la matriz de rotación y $\mathbf{t}$ el vector de traslación de la cámara.

En la mayoría de los casos cuando se habla de los parámetros internos de la cámara se refiere principalmente a: la longitud focal y a las coordenadas del punto principal, aunque pueden existir otros parámetros interesantes como el ratio de escalas en los ejes X e Y (importantes en aquellas cámaras donde los píxeles no sean cuadrados) y el skew que se tiene en cuenta en aquellos casos en los que el eje X y el Y no sean perpendiculares (por ejemplo fotografías que han sufrido deformaciones al ser escaneadas).

En lo que se lleva visto hasta ahora se considera que se trabaja con un modelo lineal y que este modelo es suficientemente preciso. En la mayoría de los casos este modelo será válido, sin embargo habrá que tener en cuenta en algunos tipos de cámaras otro tipo de deformaciones, como por ejemplo la distorsión radial, que precisará de un modelo no lineal (Gruen y Huang 2001).

Geometría epipolar.

La geometría epipolar es la geometría proyectiva intrínseca que existe entre dos vistas. Es independiente de la estructura de la escena, y sólo dependerá de los parámetros internos de las cámaras y de su posición relativa (Hartey y Zissermann 2003, Faugeras y Luong 2001).

Dadas dos vistas de una misma escena 3D con sendas cámaras $\mathbf{P}$ y $\mathbf{P}'$, y sea un punto 3D $\mathbf{X}$ y sus correspondientes puntos imagen $\mathbf{x}$ y $\mathbf{x}'$, los centros de las cámaras $\mathbf{P}$ y $\mathbf{P}'$ el punto $\mathbf{X}$ y los puntos imagen $\mathbf{x}$ y $\mathbf{x}'$ formarán parte del mismo plano, al que llamaremos plano epipolar. En base a esta relación estableceremos todos los principios de la geometría epipolar.

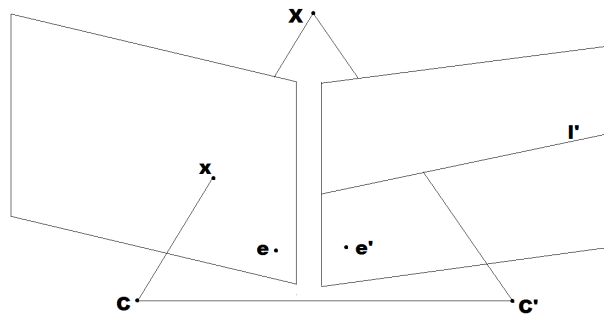


Figura 2.6: Geometría epipolar de dos vistas de una escena.

Las principales entidades geométricas implicadas en la geometría epipolar son:

- El epipolo es el punto de intersección de la línea que une los centros de las cámaras (en inglés, *baseline*) con el plano de la imagen. De forma equivalente, también se puede definir como la aparición en una de las imágenes del centro de la cámara de la otra imagen.
- El plano epipolar es el explicado ya anteriormente. Los planos epipolares forman un haz de planos cuya recta común será la línea que uno los centros de las cámaras (en inglés, *baseline*).
- La línea epipolar es la intersección entre un plano epipolar con el plano de la imagen. Todas las líneas epipolares intersecan en el epipolo. Un plano epipolar interseca el plano de imagen de la izquierda y el de la derecha en sus líneas epipolares, y define una correspondencia entre líneas.

Matriz fundamental

La matriz fundamental $\mathbf{F}$ encapsula la geometría intrínseca entre las dos imágenes. $\mathbf{F}$ es una matriz 3×3 de rango 2. Si un punto 3D $\mathbf{X}$ es representado como $\mathbf{x}$ en la primera imagen y como $\mathbf{x}'$ en la segunda, ambos puntos cumplen la relación $\mathbf{x}'^T \mathbf{F} \mathbf{x} = 0$. Por tanto la matriz fundamental es la representación algebraica de la geometría epipolar.

Las propiedades principales (Hartley y Zissermann 2003) de la matriz fundamental son:

- Transposición: Si $\mathbf{F}$ es la matriz fundamental del par de cámaras $\mathbf{P}$ y $\mathbf{P}'$, entonces $\mathbf{F}^T$ es la matriz fundamental del par de cámaras en el orden opuesto, es decir, $\mathbf{P}'$ y $\mathbf{P}$.

2. Estado del arte

- Líneas epipolares: Para cualquier punto $\mathbf{x}$ en la primera imagen, su correspondiente línea epipolar vendrá de la expresión $\mathbf{l}' = \mathbf{F} \mathbf{x}$. De igual forma, $\mathbf{l} = \mathbf{F}^T \mathbf{x}'$ representa la línea epipolar correspondiente a $\mathbf{x}'$ en la segunda imagen.
- Epipolos: Para cualquier punto $\mathbf{x}$ (distinto del epipolo $\mathbf{e}$) la línea epipolar $\mathbf{l}' = \mathbf{F} \mathbf{x}$ contiene al epipolo $\mathbf{e}'$. Esto es, $\mathbf{e}'$ satisface la expresión $\mathbf{e}'^T (\mathbf{F} \mathbf{x}) = (\mathbf{e}'^T \mathbf{F}) \mathbf{x} = 0$ para todo $\mathbf{x}$.
- $\mathbf{F}$ tiene siete grados de libertad: una matriz homogénea 3×3 tiene 8 grados de libertad (aunque tiene 9 elementos la escala no es significativa), sin embargo $\mathbf{F}$ también cumple la restricción $\det \mathbf{F} = 0$, lo cual elimina un grado de libertad.
- $\mathbf{F}$ relaciona puntos con líneas. En el caso del punto $\mathbf{x}$ en la primera imagen, define una línea en la segunda $\mathbf{l}' = \mathbf{F} \mathbf{x}$, que es la línea epipolar de $\mathbf{x}$. Si $\mathbf{l}$ y $\mathbf{l}'$ son líneas epipolares correspondientes entonces cualquier punto $\mathbf{x}$ en $\mathbf{l}$ es relacionado con la misma línea $\mathbf{l}'$. Esto quiere decir que no hay una relación inversa.

Estratificación del espacio tridimensional

Existen varias formas de representar la estructura geométrica de un espacio tridimensional (Hartley y Zissermann 2003, Faugeras y Luong 2001). Es importante conocer las propiedades de los espacios (o estratos) proyectivo, afín, métrico y euclídeo, así como la relación entre ellos. Lo usual es percibir el entorno como un espacio tridimensional euclídeo. Sin embargo, hay ocasiones en que no es posible o deseable fijar una estructura tridimensional euclídea. Un ejemplo podría ocurrir cuando se intenta determinar dicha estructura desde las medidas y relaciones en una secuencia de imágenes. En este caso es más conveniente tratar desde el principio con una estructura tridimensional menos restrictiva, y más sencilla, como el espacio proyectivo. Posteriormente, se puede pasar a una estructura intermedia como es el espacio afín y, finalmente, alcanzar una estructura tridimensional métrica y euclídea más representativa del entorno real.

Aunque se asume que el entorno real tiene propiedades de espacio euclídeo, se pueden definir otros espacios geométricos que guarden cierta relación con la estructura de este espacio original euclídeo. Se parte de que en el espacio original hay una esfera.

Si se realiza una transformación que no conserva la distancia entre puntos, se obtendrá una estructura deformada del espacio original, por ejemplo un elipsoide. Si esta transformación (que no es posible en el espacio euclídeo) está definida dentro de otro espacio geométrico, por ejemplo el proyectivo, se dirá que se ha pasado de un espacio euclídeo a un espacio proyectivo. Ahora bien, esta estructura deformada mantendrá cierta relación con la estructura original debido a los invariantes asociados a la transformación, como incidencia, tangencia y colinealidad. El proceso inverso será bastante más complejo, ya que implicaría determinar una transformación inversa que completara el resto de invariantes del espacio de partida. Con este proceso se recuperaría la estructura original.

Este tipo de indeterminación es el que existe cuando la información proviene de una secuencia de imágenes. Buscando relaciones entre las distintas imágenes (por ejemplo emparejando puntos entre éstas) se puede fijar una estructura proyectiva que estará relacionada con la original por medio de una transformación proyectiva indeterminada.

Dentro de cada espacio o estrato habrá una serie de invariantes (propiedades que no se perderán en las diferentes transformaciones) y de transformaciones.

Estrato proyectivo

El espacio proyectivo es el menos estructurado ya que contiene las transformaciones más generales y con menor número de invariantes.

Las transformaciones en el espacio proyectivo se representan por matrices de dimensión 4x4 en las que no existe ningún tipo de restricción sobre sus elementos.

$$T = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & t_{44} \end{bmatrix}$$

Al estar definida hasta un factor de escala arbitrario, la matriz de transformación proyectiva más general tiene hasta quince grados de libertad. Con estos grados de

2. Estado del arte

libertad se mantienen los invariantes geométricos de colinealidad, incidencia, tangencia y razón cruzada (en inglés, *cross-ratio*).

Estrato afín

Desde el punto de vista de la naturaleza de los puntos del espacio, el espacio afín no incluye soporte ni representación de los puntos del infinito o puntos impropios. Sin embargo, estos puntos juegan un papel importante en visión por computador aplicada al modelado tridimensional del espacio. En la transformación proyectiva que realiza una cámara, se suele dar el caso de que puntos infinitamente alejados del sistema de referencia se proyectan en la imagen como puntos propios, es decir, puntos que están acotados en relación con el sistema de referencia del plano imagen. Un ejemplo habitual son los puntos del infinito de una superficie horizontal plana que se corresponde con el suelo. En esta situación, dichos puntos se proyectan en la imagen en una línea de puntos propios que representa el horizonte. Este fenómeno necesita de una “herramienta” capaz de soportar dichos puntos y las transformaciones de los mismos.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, se puede entender el espacio proyectivo como una extensión del espacio afín, al que se añade representación y capacidad de transformar los puntos en el infinito. De esta manera, en el espacio y en las transformaciones proyectivas, tienen cabida todos los fenómenos relacionados con el carácter proyectivo de la cámara. Esta característica conlleva una clasificación de los puntos del espacio proyectivo en dos clases: los puntos propios o afines, y los puntos impropios o del infinito.

Dentro de las transformaciones proyectivas existe un subgrupo que transforma cualquier punto impropio en otro también impropio. Este tipo de transformaciones se corresponde con todas las transformaciones afines posibles. Esto hace que se pueda considerar el espacio afín como el espacio proyectivo con el grupo de transformaciones proyectivas que mantiene los puntos del infinito en su lugar, es decir, en el infinito.

Estrato métrico y euclídeo

El espacio métrico y sus transformaciones mantienen también los ángulos de la estructura geométrica, por lo que el ángulo entre líneas o curvas es un invariante

geométrico adicional. También lo son las distancias relativas. El resto de invariantes lo constituyen todos los que mantienen el espacio afín. De esta forma, podemos decir que las transformaciones del espacio métrico son el grupo formado por todas las similitudes. Estas transformaciones se pueden descomponer en rotaciones y traslaciones, más un escalado.

Los espacios métrico y euclídeo están relacionados por un factor de escala. Así, el espacio euclídeo mantiene también la escala de la estructura o las distancias absolutas. Pasar del espacio métrico al euclídeo original consistirá, por tanto, en un escalado de toda su estructura. Cuando la información proviene de una secuencia de imágenes, la estructura métrica es el espacio más restrictivo que se puede alcanzar. Para relacionarlo con el entorno euclídeo real es necesario fijar un factor de escala desconocido. Esta arbitrariedad se puede resolver conociendo las coordenadas euclídeas de un solo punto de la estructura métrica.

2.3. Emparejamiento de imágenes.

El desarrollo de métodos para el emparejamiento de imágenes, mediante la utilización de puntos de interés local, comienza con los trabajos de Moravec (Moravec 1981). Éste propone un método para encontrar puntos homólogos en un par estéreo de imágenes. El detector de Moravec servirá como base para los trabajos de Harris (Harris y Stephens 1988), que propone un detector con más discriminabilidad bajo pequeñas variaciones de luminosidad de la imagen y con contornos cercanos. El detector Harris se ha convertido en uno de los más ampliamente utilizados durante años, para la gran mayoría de tareas de emparejamiento. Aunque este tipo de métodos se los conoce como detectores de esquinas, no sólo seleccionan esquinas de la imagen, más bien seleccionan cualquier punto de la imagen con cambios fuertes de gradiente en varias direcciones para una escala predeterminada.

Aunque las primeras aplicaciones en las que se usaba el método de Harris tenían poco desplazamiento entre las dos posiciones de cámara del par estéreo, con el tiempo su uso se ha ampliado a situaciones con mayores dificultades. Por ejemplo, en el trabajo de Zhang (Zhang et al. 1995) se muestra la posibilidad de utilizar emparejamiento de esquinas con Harris para después completarlo con el uso de ventanas de correlación alrededor de la esquina. De esta forma podemos seguir utilizando Harris incluso cuando

2. Estado del arte

la distancia entre cámaras aumente. Este método se completa con el cálculo de la matriz fundamental con un método robusto (por ejemplo **RANSAC**, Fischler y Bolles 1981) para así eliminar los posibles outliers, es decir, aquellos emparejamientos que no estén acordes con la solución mayoritaria.

Un importante punto de inflexión en este tipo de métodos viene con el trabajo de Schmid y Mohr (Schmid y Mohr 1997), donde se propone extender la utilización de características invariantes usadas en emparejamiento a su uso en problemas de reconocimiento de imágenes. Ellos también utilizan las esquinas de Harris para seleccionar los puntos de interés, pero en vez de utilizar una ventana de correlación para el emparejamiento, utilizan un descriptor invariante a la rotación de la región de la imagen. Esto permite emparejar características bajo posibles cambios en la orientación entre las dos imágenes.

El detector de Harris es muy sensible a los cambios de escala, por lo que no nos provee de una buena base para el emparejamiento de imágenes de diferentes tamaños. Esta es una de las razones por las que aparecen trabajos como el de Lowe (Lowe 1999 y 2004), en los que se pretende extender las características locales de forma que podamos recuperarlas a pesar de tener variaciones en la escala. En este trabajo se describe un nuevo descriptor local que provee características más “distinguibles” y con una sensibilidad menor a las distorsiones locales de la imagen como las debidas a los cambios en el punto de vista, y que es invariante ante cambios de escala y orientación.

El hecho de buscar descriptores con un mayor estabilidad en cuanto a cambios de escala proviene de trabajos como los de Crowley (Crowley y Parker 1984) y Shokoufandeh (Shokoufandeh et al. 1999), sin embargo, son los trabajos de Lindeberg (Lindeberg 1993 y 1994) donde se estudia en profundidad este tipo de problemas. En estos trabajos se establece el problema de selección de escala, que será utilizado por la gran mayoría de los posteriores métodos. En los últimos años ha sido importante la aparición de métodos invariantes a transformaciones afines (Baumberg 2000, Tuytelaars y Van Gool 2000, Mikolajczyk y Schmid 2002, Schaffalitzky y Zisserman 2002, Brown y Lowe 2002). De todos ellos, se ha seleccionado el método **SIFT** (Lowe 2004) para la metodología propuesta de reconstrucción, por conjugar todos los elementos que se precisan de un método de emparejamiento y por ser una referencia en la bibliografía de visión por computador.

SIFT combina el detector de regiones DoG (*Difference of Gaussian*) con el descriptor SIFT para extraer un conjunto de puntos característicos. Cuando se habla de descriptor en este caso, se refiere a la estructura de datos donde se almacena la información obtenida por el detector de regiones. Las regiones extraídas con el detector DoG se almacenan como un vector de 128 posiciones. El descriptor es un histograma 3D de localización y orientación de gradientes. Lo interesante de este descriptor es su robustez frente a los cambios. De esta forma para cada imagen de un par estéreo se obtiene un conjunto de puntos muy útiles para el emparejamiento.

Aunque, como se ha dicho, SIFT destaca sobre la gran mayoría de métodos de este tipo, existen algunos otros que también podrían ser válidos en este cometido:

- **SUSAN** (*Smallest Univalve Segment Assimilating Nucleus*) (Smith y Brady 1997): utiliza para la detección de esquinas una máscara circular sobre el píxel a evaluar (el núcleo). La idea es medir el área de esta región circular, mediante una función matemática, y que este valor sea el que determine si un punto es lo suficientemente característico.
- **RIFT** (Lazebnik et al. 2004): es una generalización invariante a la rotación de SIFT. El descriptor RIFT se construye utilizando áreas normalizadas circulares divididas en anillos concéntricos de idéntica anchura. Para cada anillo se calcula un histograma de orientación de gradiente. Para mantener la invarianza a la rotación, la orientación se mide en cada punto en la dirección que va del centro hacia fuera.
- **SURF** (*Speeded Up Robust Feature*): es un detector robusto de puntos característicos. Fue presentado en 2006 (Bay et al. 2006), y se utiliza en visión por computador en tareas como el reconocimiento de objetos o la reconstrucción 3D. Está parcialmente inspirado en el descriptor SIFT. La versión estándar de SURF es varias veces más rápida que SIFT y con una respuesta parecida respecto a las diferentes transformaciones de la imagen. Se basa en la suma de la respuesta de la *2D Haar wavelet* (similar a un análisis de Fourier), alrededor de los puntos de interés. Además, se utiliza la técnica de *integral image* para que su uso sea más eficiente.

Debido a la proliferación de los nuevos métodos de emparejamiento invariables a la escala, se han publicado varios trabajos de Mikolajczyk (Mikolajczyk y Schmid

2. Estado del arte

2003, Mikolajczyk y Schmid 2005a, Mikolajczyk et al. 2005b) que pretendían indagar en las posibilidades que ofrece cada uno de estos métodos. La principal conclusión de estos trabajos es que SIFT es el descriptor que mejor rendimiento da en la mayoría de los aspectos en los que se le compara, no siendo determinante únicamente en el caso de sufrir cambios de iluminación muy bruscos. En estos trabajos los descriptores han sido evaluados con imágenes reales de diferentes tipos de escenas, a las que se ha sometido a transformaciones geométricas y fotométricas: rotación, cambio de escala, cambio de punto de vista, cambios en la definición de la imagen, compresión JPEG e iluminación. Aunque los aspectos por los que se han comparado los descriptores son a priori suficientes, los autores comentan que quizá sería necesario incluir una mayor variedad en el tipo de escena utilizado en las imágenes. De esta forma se puede generalizar aún más los resultados. Aunque consideran que lo incluido en los trabajos puede ser suficiente para considerar los resultados concluyentes.

Aunque es poco frecuente encontrar en publicaciones relativas a Fotogrametría trabajos en los que se utilice SIFT, es bastante interesante el publicado por Fabio Remondino (Remondino 2006). En este trabajo se realiza una comparativa de detectores y descriptores en su aplicación al campo de la Fotogrametría, entre los que se encuentra SIFT. Aunque utiliza experimentos bastante sencillos (detección de esquinas con diferentes transformaciones, precisión en la localización de elementos, análisis de una orientación relativa), consigue una comparativa en el que los resultados obtenidos son bastante interesantes para el proyecto que nos ocupa, ya que entre las conclusiones del artículo destaca la utilidad de SIFT para trabajos fotogramétricos con buenos resultados en la mayoría de los experimentos.

De estas comparativas se puede concluir por tanto, que estamos ante un método que ha sido referencia en el mundo de la visión por computador y al que se intenta sacar el máximo rendimiento (De Matías et al. 2007a, 2007b, 2009a).

2.4. Métodos para el cálculo de modelos densos 3D.

Otro de los objetivos principales de este trabajo es la obtención de modelos densos tridimensionales a partir de un sistema de visión multivista. En la metodología que se propone en esta tesis doctoral la consecución de este objetivo es un hecho primordial. No sólo se necesita obtener un modelo tridimensional de los glaciares rocosos, sino que

además se quiere obtener una densidad importante de puntos que permita generar una mayor variedad de productos cartográficos y de mejor precisión.

Ya que se necesita un algoritmo que solvente esta fase de la solución final, lo que se expone en este apartado, es un estudio de las técnicas que resuelven este tipo de problemas y que son referencia en la literatura actual (sobre todo desde el lado de la visión por computador), para seleccionar la que mejor convenga al objeto seleccionado y adaptarla a sus necesidades.

Hay una gran variedad de técnicas que nos permiten obtener reconstrucciones densas a partir de un conjunto de imágenes. A lo largo de los últimos años se han desarrollado algoritmos de gran calidad con este propósito. Uno de los trabajos más completos es el desarrollado por Seitz et al. (Seitz et al. 2006). En él los autores establecen un conjunto de propiedades sobre las que comparar y categorizar los más importantes algoritmos existentes. El trabajo hace una revisión de lo que en inglés los autores llaman “*Multi-view stereo reconstruction algorithms*”, es decir, algoritmos para la reconstrucción estéreo y multivista. Existe un trabajo previo de los autores D. Scharstein y R. Szeliski (Scharstein y Szeliski 2002), que se centra únicamente en el caso de los algoritmos que utilizan sólo dos imágenes para la reconstrucción (Marr y Poggio 1976 y 1979, Cox et al. 1996, Scharstein y Szeliski 1998, Bobick y Intille 1999). En esta tesis doctoral se han descartado estas propuestas para centrarnos en los algoritmos multivista, es decir, aquellos que utilizan más de dos imágenes, por ser más apropiados en nuestro ámbito.

El trabajo de Seitz establece seis importantes propiedades:

- *Scene representation*, en español representación de la escena.
- *Photoconsistency measure*, en español índice de fotoconsistencia
- *Visibility model*, en español modelo de visibilidad o modelo de oclusiones.
- *Shape prior*, en español forma prioritaria.
- *Reconstruction algorithm*, en español algoritmo de reconstrucción.
- *Initialization requirements*, en español requisitos o restricciones de inicialización.

2. Estado del arte

Se tiene un campo de aplicación específico que marca la búsqueda de la solución más apropiada, y para ello se van a analizar los algoritmos multivista existentes siguiendo las propiedades establecidas por Seitz. et al.. Tal y como indica en el citado trabajo, se han de considerar las seis propiedades ya referidas, aunque no todas ellas tienen la misma importancia. Normalmente la representación de la escena y el algoritmo de reconstrucción, son las principales propiedades puesto que a menudo determinan a las otras cuatro. Por ejemplo, el índice de fotoconsistencia se ve influido por la representación de la escena y, en mayor medida, por el algoritmo de reconstrucción, tal y como se observa en el método seleccionado. Además, existen otras dos propiedades que pierden importancia en nuestro campo de aplicación: el modelo de visibilidad (o de oclusiones) y la forma prioritaria. El modelo de visibilidad no es muy importante en nuestra aplicación, ya que los problemas de oclusiones en el modelado 3D de glaciares rocosos son muy poco frecuentes. Por otro lado, la forma prioritaria es una restricción difícil de introducir en nuestros modelos objetivo, ya que los glaciares rocosos no se asemejan a ningún tipo de estructura regular. Por consiguiente, las propiedades con una mayor influencia en la elección del método a utilizar son el tipo de representación de la escena, el algoritmo de reconstrucción y en menor medida las restricciones de inicialización. Se busca una solución lo más simple posible (un tipo de representación de la escena sencillo y una fácil implementación), con resultados suficientemente precisos y un conjunto mínimo de restricciones de inicialización.

Respecto al tipo de representación de la escena se encuentran tres posibilidades:

- Los **modelos volumétricos** (en inglés *Volumetric Methods: Voxels* (Seitz y Dyer 1999, Vogiatzis et al. 2005), *Levelsets* (Pons et al. 2005),...). Son muy populares por su simplicidad, uniformidad y capacidad para aproximarse a cualquier tipo de superficie. En su contra tienen que precisan de un procesado más complejo que los otros métodos.
- Los métodos basados en **mallas de polígonos** (en inglés *Polygon Meshes* (Yu et al. 2004)). Representan una superficie como un conjunto de caras planas conectadas entre sí. Es una representación eficiente en cuanto a su almacenamiento y renderización. En su contra, al igual que los métodos volumétricos tiene el hecho de que su procesado sea también muy complejo.

- Finalmente los métodos basados en **mapas de profundidad** (en inglés Depth Maps (Goesele et al. 2006, Gargallo y Sturm 2006)). La representación en varios mapas de profundidad (normalmente uno por cada imagen de partida), simplifica la representación de la escena.

De acuerdo al algoritmo de reconstrucción se encuentra 4 tipos:

- Métodos que minimizan una función de coste sobre un volumen 3D y luego extraen una superficie a partir de este volumen.
- Métodos que iterativamente intentan acercarse a una superficie decrementando o minimizando una función de coste (Voxel, Levelset, Space carving (Bonfort y Sturm 2003, Furukawa y Ponce 2006)).
- Métodos que calculan un conjunto de mapas de profundidad. Estos métodos refuerzan sus restricciones de consistencia entre los mapas de profundidad (Goesele et al. 2006, Gargallo y Sturm 2006), o bien unen el conjunto de mapas de profundidad en una escena 3D mediante un post-proceso (Curless y Levoy 1996).
- El último tipo serían algoritmos que primero extraen y emparejan una serie de puntos característicos y después los encajan en una superficie común (Taylor 2003).

Los dos primeros tipos de algoritmos necesitan implementaciones bastante complejas y un gran coste computacional. El cuarto tipo podría producir reconstrucciones incompletas si no tenemos suficientes puntos característicos. El tercer tipo de algoritmos no requiere implementaciones tan complejas, y además obtiene precisiones más que aceptables.

Teniendo en cuenta estas dos propiedades (representación de la escena y el algoritmo de reconstrucción) de la taxonomía propuesta por Seitz (Seitz et al. 2006), se ha considerado una buena opción el método propuesto por Goesele et al. (Goesele et al. 2006). Estos autores proponen una solución de reconstrucción densa adecuada en el campo de los glaciares rocosos. Es una solución adecuada, puesto que los mapas de profundidad son un tipo de representación de la escena más sencillo que los otros propuestos, y además el algoritmo de reconstrucción obtiene una buena precisión utilizando una implementación no demasiado compleja. Goesele propone un simple, pero a la vez robusto, algoritmo estéreo multivista para calcular mapas de profundidad,

2. Estado del arte

utilizando una aproximación basada en ventanas de correlación con buenos resultados en reconstrucciones densas.

Las ventajas de esta aproximación son:

- El resultado del algoritmo son reconstrucciones precisas, de acuerdo con los mejores métodos actuales.
- Se calcula un valor de confianza para cada punto reconstruido. Este valor será necesario, por ejemplo, para unir los diferentes mapas de profundidad en un modelo mallado común.
- La puesta en marcha es fácil de entender, analizar y predecir, además de ser un algoritmo muy sencillo.

Además de estas ventajas se encuentran algunos inconvenientes:

- Pueden aparecer agujeros en el modelo final en las áreas donde la textura sea insuficiente.
- Cada punto de la superficie debe ser visto en al menos tres vistas (o imágenes) para ser reconstruido.

Por tanto, la solución elegida tiene inconvenientes poco importantes para su aplicación en el caso de los glaciares rocosos, y por otro lado posee interesantes ventajas (De Matías et al. 2009b, De Matías et al. 2010a). En el siguiente capítulo se detalla en mayor medida esta solución y su adaptación a los objetivos de esta tesis.

2.5. Medición y monitorización de la dinámica glaciar.

Las posibilidades del uso de la fotogrametría en el estudio de los glaciares ya se consideraron a finales del siglo XIX, sólo unas pocas décadas después de la invención de la fotografía. Aunque la relación entre glaciares y fotogrametría ha continuado a través de los años, en la última década existe un creciente interés por el estudio del fenómeno de los glaciares. Tanto los glaciares de hielo como los glaciares rocosos se han convertido en el objeto de muchos estudios geomorfológicos. Estos fenómenos se tienen por una interesante referencia del llamado “cambio climático”.

Puesto que el interés por los glaciares ha ido creciendo, también ha crecido en igual medida el número de técnicas y metodologías aplicadas en la monitorización de éstos.

El aspecto más relevante que permite discriminar entre las diferentes técnicas utilizadas es la forma de capturar las imágenes. Este aspecto ha sufrido una importante evolución. En el siglo XIX aparece el concepto de **fotogrametría terrestre**, es decir, un método para la medición o la producción de cartografía a partir de fotografías tomadas desde el nivel del suelo. La fotogrametría terrestre es en ese momento la única solución posible en la toma y procesamiento de las imágenes (Finsterwalder 1896, Weiss 1913). Es la técnica más sencilla y barata, aunque tenga algunos inconvenientes, como es la necesidad de un acceso directo (o a poca distancia) del terreno que se quiere medir, lo cual, no siempre es fácil cuando se trata de medir glaciares, normalmente situados en zonas de alta montaña y muy difícil acceso. A principios del siglo XX se comienza a utilizar la **fotogrametría aérea**. Ésta permite recuperar la información geométrica de áreas a partir de las fotografías tomadas por un sensor montado en un medio aéreo: aviones, helicópteros, globos aerostáticos, etc. Este tipo de fotogrametría permite obtener información cuantitativa, espacialmente distribuida de amplias áreas sin la necesidad de un acceso directo al terreno, aunque con un mayor coste que la terrestre. Esto permitió una temprana aplicación a la investigación glaciológica (Pillewizer 1938). Desde finales del siglo XX y comienzos del XXI, la **fotogrametría a través de imágenes de satélite** ha tomado una mayor importancia en su uso fotogramétrico o de producción de cartografía. La mejora en la resolución de las fotografías de satélite hace de ésta una posible (aunque más cara) opción para la toma de imágenes en estudios glaciológicos (Paul y Kääb 2005).

Aunque se puede inferir, a través de esta evolución, que la fotogrametría terrestre ha quedado relegada a un segundo plano dentro de la glaciología, esta conclusión es incompleta. Se ha de pensar que la fotogrametría aérea y la de satélite no han sustituido a la fotogrametría terrestre. Antes de comenzar un nuevo proyecto fotogramétrico hay que valorar que tipo de solución se adecua más a la solución cartográfica que se precisa. Es cierto que el uso de la fotogrametría terrestre ha estado muy limitado durante varias décadas, puesto que la fotogrametría aérea en primer lugar y el uso de imágenes satélites posteriormente han ofrecido nuevas posibilidades que las soluciones terrestres no satisfacían. Sin embargo, aún se encuentran un número de aplicaciones en las cuales la fotogrametría terrestre sigue siendo la elección más adecuada (Theakstone 1997). Hay que tener en cuenta diversos factores para tomar una decisión. Entre éstos se encuentra los siguientes:

2. Estado del arte

- El **coste** es a menudo el factor que más influye en la decisión de utilizar fotogrametría terrestre. El coste de un vuelo fotogramétrico, o de la adquisición de imágenes de satélite, a menudo supera el presupuesto de buena parte de los proyectos de monitorización de glaciares. Esto exige buscar soluciones más sencillas y por tanto más baratas como son las terrestres.
- **Posibilidad de acceder a la zona.** A veces no es posible acceder a algunas zonas a cartografiar (por ejemplo, por la cercanía de un volcán, (Sanjosé 2006b)). En estas ocasiones sólo es posible utilizar soluciones de fotogrametría aérea o de imágenes de satélite.
- **Posibilidad de hacer un vuelo fotogramétrico en la zona.** En algunas ocasiones la fotogrametría aérea puede no ser la solución adecuada. Es muy común que en zonas de alta montaña de difícil acceso no sea posible hacer vuelos fotogramétricos con poca altura (por los picos que pueden rodear la zona a cartografiar). El aumento de la altura del vuelo conlleva una pérdida de resolución de las imágenes que acarrea una pérdida de precisión.
- **Posibilidad de adquirir imágenes por satélite.** No siempre es posible adquirir imágenes por satélite de la zona que se busca, en la época que se necesita y con la resolución que se precisa, aún cuando el coste de su adquisición no sea un problema.
- La **precisión** que es posible obtener. Este factor depende de otros, como es el tipo de sensor utilizado o la distancia del sensor al terreno a cartografiar, además de la metodología de trabajo que se utilice.
- **Superficie de la zona a cartografiar.** También es interesante adecuar la solución elegida a la cantidad de superficie de terreno que queremos cartografiar. Normalmente la fotogrametría aérea y la de imágenes por satélite suelen ser más adecuadas para superficies mayores de terreno que la fotogrametría terrestre.

Un ejemplo donde la solución adecuada es la fotogrametría terrestre es el del **glaciar rocoso del Veleta en Sierra Nevada** (incluido en el capítulo 4 de experimentos) (Gómez et al. 2001). Es adecuado elegir una solución de fotogrametría terrestre por varias razones: la zona a cartografiar está rodeada de picos altos que dificultan la toma de fotografías aéreas, es una zona relativamente pequeña

(aproximadamente 2 Ha), es posible acceder a la zona (aunque el acceso no sea sencillo) y además el coste de una solución que no sea la terrestre es sensiblemente mayor. Por todas estas razones, la **fotogrametría terrestre** es la solución apropiada. No se ha de olvidar que una solución de este tipo conlleva el inconveniente de tener que acceder cada año a la zona para la toma de imágenes y la medición de puntos de control (De Matías 2009a, Sanjosé y Lerma 2004, Sanjosé et al. 2006a).

Por tanto, la metodología que propone la fotogrametría terrestre parte de la toma de una serie de fotografías, ya sea en tomas sencillas o con el uso de imágenes panorámicas. La superficie del glaciar se ha de interpretar utilizando estas tomas y el concepto de **estereoscopia**. A partir de esta idea se define y se mide un **Modelo Digital de Elevación**.

La forma de almacenamiento de las imágenes también, evidentemente, ha sufrido una notoria evolución. Hoy día, en la fotogrametría terrestre, lo más habitual es el uso de cámaras equipadas con sensores digitales, sin embargo se siguen incorporando a algunos de los proyectos actuales imágenes antiguas de cámaras analógicas para su procesado con los flujos de trabajo actuales.

Hay algunos ejemplos de este tipo. Este es el caso del trabajo propuesto por Haggrén et al. (Haggrén et al. 2007). Estos autores tratan de volver a medir glaciares utilizando antiguas fotografías, mediciones en campo y técnicas actuales de procesado de imagen digital. Para ello utilizan imágenes de Hochjochferner, Austria, de 1907. En concreto escanearon 89 placas de cristal para ser analizadas. Además, remidieron una serie de puntos en campo para conseguir modelos estereoscópicos debidamente orientados. Se consiguió un modelo con una precisión del orden de 2 metros.

Del mismo modo Kaufmann y Ladstädter (Kaufmann y Ladstädter 2004a), han cuantificado el retroceso del glaciar Goessnitzkees en Austria utilizando fotografías terrestres (es decir, tomadas a pie de campo, sin ningún medio aéreo) de los años 1988, 1997 y 2003. Las fotografías (por ser de diferentes épocas) fueron tomadas utilizando dispositivos de captura de imagen muy diversos. Para las tomadas en 1988 se utilizó un Fototeodolito Zeiss TAL, para las tomadas en 1997 se probó la utilidad del uso de una cámara digital Nikon D100 y por último para las que se tomaron en 2003 se aplicó la cámara semi-métrica Rolleiflex 6006. Además, se tomaron mediante instrumental topográfico unos 7 puntos de control (útiles en la orientación de las fotografías). La

2. Estado del arte

distancia entre la cámara y el frente del glaciar fue de varios cientos de metros y se obtuvo un Modelo Digital de Elevación (DEM) utilizando un restituidor fotogramétrico digital. El DEM fue obtenido manualmente con un muestreo de aproximadamente 5 metros. Un intento similar de utilización de la fotogrametría terrestre para la monitorización de glaciares, fue el propuesto por Kaufmann et al. (Kaufmann et al. 2006) en el glaciar Doesen, Austria. Se utilizaron fotografías de 1997 utilizando la cámara Rolleiflex y la Nikon D100, sin embargo no se pudo llevar a cabo el trabajo, puesto que los autores no consideraron aceptables las precisiones obtenidas.

Otro trabajo interesante es el propuesto por Gruber y Slupetzky (Gruber y Slupetzky 2002). Ellos querían comparar los cambios en la topografía del glaciar Cathedral Massif en Alaska, a partir de los datos de 1976, 1985 y 1999. De los años 1976 y 1985 se contaba con mapas (en papel) sin ninguna información digital, y del año 1999 se contaba con 78 fotografías terrestres tomadas desde 13 puntos de vista diferentes. Las fotografías fueron tomadas con una cámara calibrada de medio formato (Mamiya RB 67). Además se tomaron varias fotografías desde un helicóptero y se tomó una serie de puntos mediante GPS. Se obtuvieron más de 3000 puntos 3D, los antiguos mapas fueron escaneados y manualmente digitalizados, y se produjo un DEM para comparar con el DEM obtenido a partir de las fotografías terrestres. Gruber y Slupetzky (Gruber y Slupetzky 2002) concluyeron que aunque es posible, pueden surgir dificultades al digitalizar materiales analógicos (como es el caso de los mapas en papel), así como combinar materiales de diferentes fuentes.

Otro interesante reto fue el propuesto en el glaciar Triglav, Eslovenia (Triglav et al. 2000, Triglav-Cekada 2006). Este pequeño glaciar ha sido fotografiado en numerosas ocasiones desde 1976, por lo que hay una gran cantidad de material fotográfico sobre él. No obstante, las fotografías fueron tomadas con una cámara compleja, en concreto una cámara panorámica Horizon, y además, sin el consiguiente trabajo de campo. En 1999, se comienza a utilizar la cámara métrica Rolleiflex 6006 y se miden puntos de control comunes a todas las fotografías, lo que permite enlazar las fotografías de ambas cámaras. La cámara Horizon se calibró y se llevó a cabo el trabajo de levantamiento con GPS necesario. Aún así la obtención de un DEM lo suficientemente preciso fue muy complicada. Por ello después de la campaña de 1999, las fotografías son tomadas desde un helicóptero y por tanto los cambios del glaciar se han ido midiendo mediante fotogrametría aérea.

Con el objetivo de unificar criterios y aunar esfuerzos en el desarrollo de nuevas técnicas para la monitorización de glaciares surgió en Abril de 2001 el proyecto **OMEGA** (*Development of Operational Monitoring System for European Glacial Areas – synthesis of Earth observation data of the present, past and future*). Es un proyecto propuesto por la Comisión Europea entre los años 2001 y 2004, coordinado por el profesor P. Pellikka de la Universidad de Helsinki. En el proyecto se han implicado diferentes instituciones del ámbito europeo como las Universidades de Helsinki y Turku en Finlandia, la Universidad de Innsbruck y el Instituto de Investigación Joanneum para el Procesamiento de Imágenes Digitales en Austria, o el Directorio para la energía y los recursos de agua del gobierno noruego, entre otros. Los objetivos que se trataron de alcanzar fueron:

- Evaluar y utilizar el potencial que supone la fotogrametría aérea y de fotografías satélite para la monitorización de glaciares.
- Diseñar un sistema de monitorización que pueda ser utilizado en los diferentes tipos de datos para la observación de la tierra (Fotogrametría terrestre, aérea, satélite, etc).
- Construir una base de datos glaciológica.

Como último resultado del proyecto se publicó el libro “*Remote Sensing of Glaciers – Techniques for topographic, spatial and thematic mapping of glaciers*” coordinado por los autores Petri Pellikka y W. Gareth Rees (Pellikka y Gareth 2010). En este libro se recoge un compendio de las diferentes técnicas utilizadas para la monitorización de glaciares, así como los trabajos más interesantes en cada una de estas técnicas.

2.6. Monitorización de glaciares en distintos períodos.

El último gran objetivo que se intenta alcanzar en el desarrollo de este trabajo es la posibilidad de estudiar como evolucionan los glaciares rocosos a través de los años. Se pretende desarrollar una técnica que nos permita monitorizar los movimientos de las diferentes áreas o bloques del glaciar. Hoy día existen algunos autores trabajando en este fin (Kääb et al. 1997, Kaufmann y Ploesch 2000, Kenyi y Kaufmann 2003, Kaufmann y Landstädter 2002-2004a-2004b, Roer et al. 2005, Kääb y Kneisel 2006,

2. Estado del arte

Kaufmann et al. 2006), con buenos resultados. Son trabajos propuestos desde la perspectiva de la fotogrametría. En estos trabajos se proponen métodos para producir ortofotos de diferentes años y compararlas mediante un proceso de emparejamiento de imágenes. En este trabajo se pretende simplificar los flujos de trabajo ya propuestos en la literatura actual, mejorar la resolución de los puntos calculados y conseguir una mayor cantidad de puntos cuando se monitorice un glaciar rocoso.

En primer lugar hay que destacar el método que proponen los autores Kaufmann y Ladstädter (Kaufmann y Ploesch 2000, Kaufmann y Landstädter 2004a-2004b, Kaufmann et al. 2006, Kenyi y Kaufmann 2003). Se basa en el concepto de “*pseudo-ortofoto*”. Partiendo de un MDT (Modelo digital del terreno) de poca precisión consiguen obtener pares de “*pseudo-ortofotos*”. La rectificación de una sola fotografía aérea produce una ortofoto, que podríamos llamar ortofoto “verdadera”, puesto que el MDT utilizado para generarla representa de forma correcta la superficie del terreno. Por otro lado, si contamos con un MDT no tan preciso (como ocurre en el caso de las “*pseudo-ortofotos*”), que se aproxima mínimamente a la superficie del terreno, éste se podría utilizar para la rectificación de un par estéreo. Las imágenes que se obtienen de este par estéreo se denominarán “*pseudo-ortofotos*” (o POPs). Estas imágenes contienen pequeñas desviaciones respecto de la que denominaríamos ortofoto “verdadera”. Estas desviaciones provienen de las alturas erróneas del MDT que hemos utilizado para generarlas. Sin embargo, estas imágenes si cuentan con el mismo factor de escala y la misma orientación. Estas dos propiedades facilitan la utilización de algoritmos de emparejamientos. A partir del MDT no tan preciso, las pseudo-ortofotos todavía contienen la misma información estéreo que las fotografía original, lo que permite obtener una reconstrucción tridimensional del terreno. El método propuesto por los autores produce un MDT de alta calidad, emparejando puntos entre los pares de estas pseudo-ortofotos. Una vez obtienen ortofotos verdaderas (utilizando ese MDT de gran calidad) de varias campañas, utilizan el software de desarrollo propio **ADVM** (*Automatic Displacement Vector Measurement*), para establecer relaciones entre estas campañas mediante algoritmos de emparejamiento. Este software utiliza algoritmos de correlación para la búsqueda de puntos homólogos entre las imágenes de diferentes campañas.

Un trabajo similar es el que propone Kääb y otros autores (Kääb et al. 1997, Roer et al. 2005, Kääb y Kneisel 2006). Ellos sugieren una idea más sencilla. A partir de

fotografías aéreas y un software comercial de fotogrametría producen un MDT y ortofotos verdaderas del glaciar rocoso en varios años. Utilizando el software **CIAS** (*Correlation Image Analysis*), calculan desplazamientos horizontales de puntos del glaciar rocosos. El software CIAS es una solución similar a la que proponen Kaufmann y Ladstädter.

Los trabajos de Kaufmann y Kääb tienen el mismo objetivo: Calcular desplazamiento de puntos a través de varias campañas. En esta tesis doctoral se pretende mantener el mismo objetivo, pero simplificando el flujo de trabajo (por ejemplo, que no sea preciso producir ortofotos), e incluso utilizando imágenes tomadas con diferentes cámaras, objetivos y resoluciones.

2. Estado del arte

Capítulo 3: Metodología.

3. Metodología

3. Metodología.

Una vez presentados los métodos y algoritmos que la fotogrametría y la visión por computador aportan, y una vez conocidas las técnicas que se utilizan en estudios geomorfológicos, es el momento de proponer una metodología capaz de resolver los objetivos del proyecto. En esta tesis doctoral se propone una metodología que permite el modelado y medición de estructuras geomorfológicas dinámicas, concretamente los glaciares rocosos. La precisión a obtener en las mediciones mediante esta metodología debe ser suficiente para su uso en estudios geomorfológicos.

La metodología propuesta comprende una serie de técnicas, herramientas y métodos. La integración de todos ellos da como resultado un software completo para resolver el problema. Además, en este capítulo se explica qué tipo de cartografía es posible producir siguiendo esta metodología. Tal y como se trata en la introducción, la cartografía usual de anteriores propuestas resulta a veces incompleta, y por tanto hace falta un esfuerzo importante para obtener una serie de productos cartográficos innovadores y más complejos (*dense flow vectors*). La producción de cartografía más compleja y con mayor cantidad de información puede ayudar a mejorar las técnicas de control y seguimiento de glaciares rocosos utilizadas actualmente en geomorfología.

3. Metodología

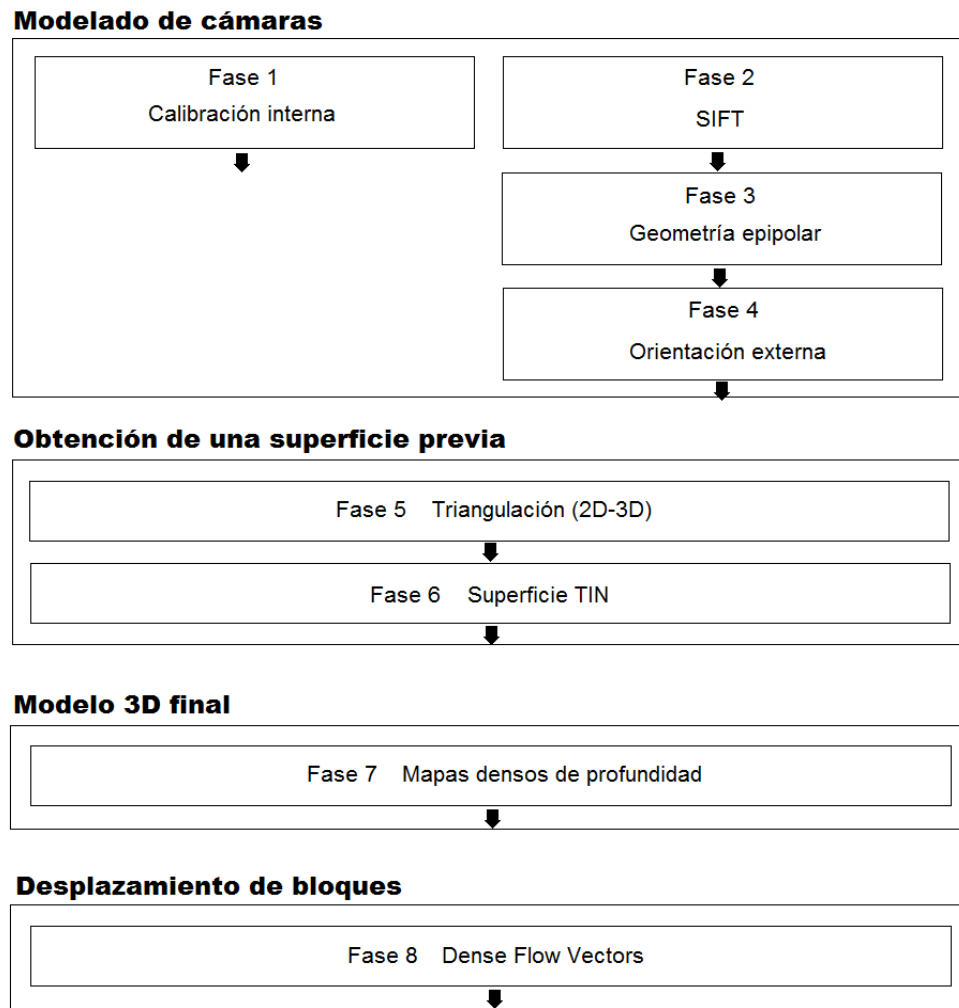


Figura 3.1: Esquema general de la metodología.

3.1. Bloque I: Modelado de las cámaras.

Como en toda metodología es primordial resolver dos aspectos importantes de las imágenes con las que se cuentan. En primer lugar determinar cómo la óptica o la electrónica de la cámara o cámaras deforman las imágenes en el proceso de la toma fotográfica, y en segundo lugar obtener qué posiciones y orientaciones ocupaban esas cámaras cuando fueron tomadas las imágenes. Estas dos tareas son las que se han de resolver en este primer bloque de la metodología.

3.1.1. Fase 1: Calibración interna.

Como se ha indicado al inicio de este apartado 3.1, la calibración interna de una cámara consiste en averiguar como ésta deforma las imágenes en el proceso de la toma

fotográfica, es decir, los cambios que sufren cada uno de los puntos tridimensionales que fotografiamos hasta su proyección en la película o sensor de la cámara. Las cámaras que se utilizan no poseen un sistema de lentes perfecto. Todas las lentes (incluso las de alta calidad) sufren diferentes tipos de aberraciones. Se deben tomar las precauciones necesarias para eliminarlas o al menos determinar su magnitud. La calibración interna es el término utilizado para describir los parámetros que modelan el paso de los rayos a través de la lente y su proyección sobre el plano imagen.

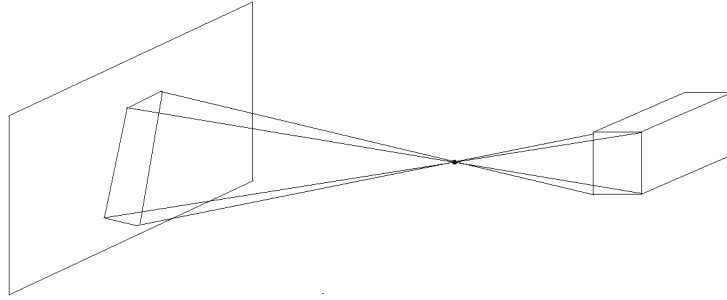


Figura 3.2: Mecanismo de proyección en una cámara fotográfica.

Antes de utilizar cualquier cámara en un proyecto fotogramétrico, estos parámetros se deben conocer y compensar adecuadamente durante el proceso de calibrado. Existen diferentes aproximaciones en la literatura que resuelven esta fase de la metodología, sin embargo no forma parte de los objetivos de este trabajo la comparación o posible mejora de las características de los diferentes métodos de calibración. Por ello se considera la solución propuesta en (Pérez 2009), donde se realiza un estudio comparativo de las técnicas actuales, tanto en el ámbito de la visión por computador como en el de la fotogrametría, apostando por una solución más próxima a esta última. El modelo matemático utilizado es el siguiente:

$$x - x_0 + \Delta x_r + \Delta x_t = -c \frac{r}{q}$$

$$y - y_0 + \Delta y_r + \Delta y_t = -c \frac{s}{q}$$

$$r = m_{11}(x - x_0) + m_{12}(y - y_0) + m_{13}(z - z_0)$$

$$s = m_{21}(x - x_0) + m_{22}(y - y_0) + m_{23}(z - z_0)$$

3. Metodología

$$q = m_{31}(x - x_0) + m_{32}(y - y_0) + m_{33}(z - z_0)$$

donde:

- (x_0, y_0) es la posición del punto principal.
- c es la distancia focal.
- $(\Delta x_r, \Delta y_r)$ es la variación de x e y introducida por la distorsión radial. El modelo de distorsión radial que se sigue es el método gaussiano:

$$\Delta x_r = (x - x_0) \frac{\Delta r}{r}$$

$$\Delta y_r = (y - y_0) \frac{\Delta r}{r}$$

$$r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$$

$$\frac{\Delta r}{r} = k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6 + \dots$$

- $(\Delta x_t, \Delta y_t)$ es la variación de x e y introducida por la distorsión tangencial:

$$\Delta x_t = \left(1 - \frac{c}{s}\right) \left[p_1 (r^2 + 2(x - x_0)^2) + 2p_2 (x - x_0)(y - y_0) \right] \left[1 + p_3 r^2 + p_4 r^4 + \dots \right]$$

$$\Delta y_t = \left(1 - \frac{c}{s}\right) \left[p_2 (r^2 + 2(y - y_0)^2) + 2p_1 (x - x_0)(y - y_0) \right] \left[1 + p_3 r^2 + p_4 r^4 + \dots \right]$$

3.1.2. Fase 2: SIFT como emparejador de puntos.

En el apartado relativo a emparejamiento de imágenes del capítulo anterior, ya se trató acerca de la potencialidad del uso de SIFT para la búsqueda de puntos homólogos en pares estéreo de imágenes. Tal y como se explicó, su rendimiento es bueno, incluso con condiciones poco favorables. Permite trabajar con importantes cambios en las imágenes de los pares, como rotaciones, cambios de escala e incluso cambios de iluminación de la escena. Estos cambios son muy comunes en algunas de las imágenes utilizadas en esta tesis.

El primer paso a seguir en esta fase de la metodología, es utilizar SIFT para la extracción de puntos característicos de cada una de las imágenes objetos del estudio.

SIFT combina el detector de regiones DoG (*Difference of Gaussian*) con el descriptor SIFT para extraer un conjunto de puntos característicos. Cuando se habla de descriptor, en este caso, se refiere a la estructura de datos donde se almacena la información obtenida por el detector de regiones. Las regiones extraídas con el detector DoG se almacenan como un vector de 128 posiciones. Este vector se divide por la raíz cuadrada de la suma de cada uno de los componentes del vector al cuadrado. De esta forma se consigue que sea invariante (o casi invariante) a los cambios de iluminación. El descriptor es un histograma de localización y orientación de gradientes. Lo interesante de este descriptor es su robustez frente a los cambios (orientación, escala, iluminación...). De esta forma, para cada imagen de un par estéreo se obtiene un conjunto de puntos muy útiles para el emparejamiento.

Por tanto, para cada una de las imágenes de que se dispone, se obtiene una lista de descriptores SIFT así como la localización de esos puntos en las imágenes. De una primera imagen se tendrá una lista de descriptores y de una segunda otra lista de ellos. El mejor candidato para un emparejamiento será el punto vecino más cercano, es decir, el punto con menor distancia de su descriptor respecto del descriptor del vecino. Sin embargo, muchos de los puntos no tendrán un equivalente con el que emparejarlos. Por tanto, es necesaria una forma de eliminar los puntos sin un buen emparejamiento en la base de datos.

Experimentalmente se ha constatado que la solución más exitosa consiste en establecer un umbral para la distancia al descriptor más cercano, e incluso, mejor aún, comparar la distancia entre el más cercano y el segundo más cercano. Utilizando este método se elimina un porcentaje bastante alto de emparejamientos erróneos. Por ejemplo, en el trabajo donde se expone el método SIFT, se consigue eliminar un 90% de emparejamientos erróneos y se pierden sólo un 5% de los correctos (Lowe 2004). Variando el umbral se puede obtener o una mayor cantidad de emparejamientos, si establecemos un umbral más amplio, o una mayor calidad en éstos aunque con una cantidad menor, si establecemos un umbral más restrictivo.

3. Metodología

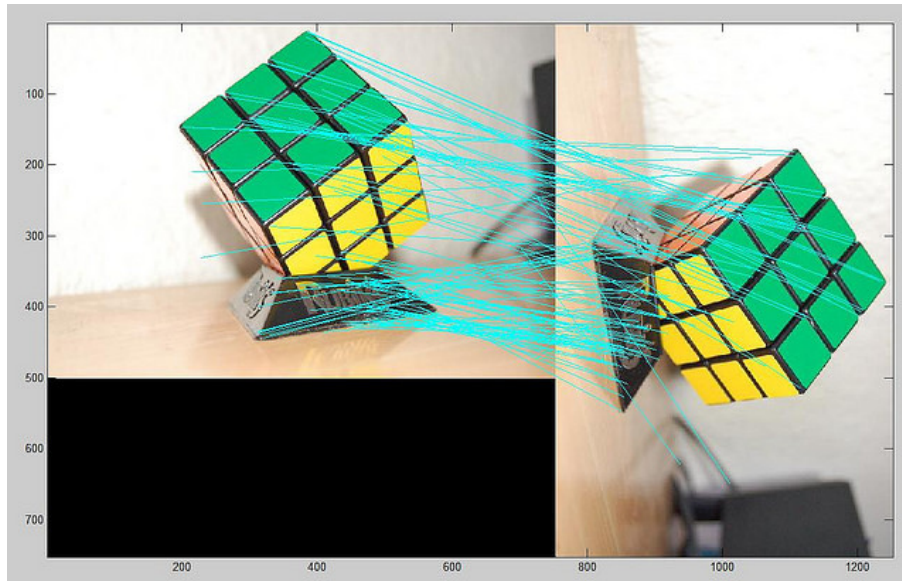


Figura 3.3: Ejemplo emparejamiento SIFT.

3.1.3. Fase 3: Geometría epipolar.

En esta fase se propone utilizar la restricción epipolar para eliminar aquellos emparejamientos que sean erróneos, y de esta forma robustecer el conjunto de ellos.

Para obtener la matriz fundamental de un par de imágenes, se debe partir de un conjunto de correspondencias muy fiables. De cada correspondencia se obtendrá una ecuación según la restricción epipolar. La matriz fundamental es una matriz 3×3 y por tanto puede ser calculada resolviendo un sistema lineal de ecuaciones con un mínimo de 8 emparejamientos (Hartley 1997). Sin embargo, esta solución lineal puede no ser acertada si en este conjunto de correspondencias hay alguna de ellas que no sea correcta. Es por esta razón por la que se utilizan otro tipo de algoritmos (Luong et al. 1993, Rousseeuw y Leroy 1987) para el cálculo de la matriz fundamental. Uno de estos métodos es el método RANSAC (*Random sampling consensus*) (Fischler y Bolles 1981), mucho más robusto con la presencia de estos emparejamientos erróneos, conocidos como *outliers*. El resultado de este algoritmo es el cálculo de la matriz fundamental, así como la selección de un conjunto de *outliers*, es decir, de emparejamientos que se han descartado por no ser fiables para el ajuste realizado. Este conjunto de *outliers* es muy útil para descartar algunos de los emparejamientos obtenidos del conjunto de partida. Existen otras propuestas como LO-RANSAC (Chum et al. 2003), PROSAC (Chum y Matas 2005) o BEEM (Goshen y Shimshoni 2006) con mejores tiempos de computación, pero con resultados similares a RANSAC.

3.1.4. Fase 4: Orientación externa.

En esta cuarta fase se ha de establecer un método para obtener los parámetros extrínsecos de las cámaras. Éstos vienen dados por:

- La **posición de la cámara**: valores de X, Y, Z, que nos sitúan el centro de la cámara en el sistema de coordenadas elegido.
- La **orientación de la cámara**: valores de los tres ángulos (o de la matriz de rotación) que definen la orientación de la cámara.

En los casos que se proponen en esta tesis (capítulo de experimentos) se utiliza una serie de puntos de la escena de los que conocemos sus coordenadas 3D con precisión. Normalmente junto a la toma de fotografías se sigue un proceso de medición de esos puntos mediante técnicas topográficas (Estación total o GPS) que proporcionan un error muy bajo (en torno a 1-2 cm).

Para la solución del problema se utiliza el método conocido como ajuste de rayos (en inglés, *bundle adjustment*). Es un método muy conocido tanto en el mundo de la visión por computador como en el de la fotogrametría (Triggs et al. 2000, Pollefeys et al. 2004). Dado un conjunto de imágenes donde se observan puntos 3D a partir de diferentes puntos de vista, el ajuste de rayos (*bundle adjustment*) puede definirse como el problema de refinar simultáneamente la relación entre las coordenadas 3D que describen la geometría de la escena, así como los parámetros del movimiento relativo y de las características de la cámara (o cámaras) empleadas en la adquisición de imágenes, de acuerdo con un criterio de optimización que implique las proyecciones de cada uno de los puntos en las imágenes.

El ajuste de rayos puede ser utilizado como un último paso de un algoritmo de reconstrucción 3D. Sin embargo, en este caso, es un paso previo para el cálculo de la orientación relativa de las cámaras. Se trata de un problema de optimización en la que participa la estructura 3D de la escena (puntos 3D conocidos) y los parámetros de posición de la cámara. En algunas ocasiones se pueden optimizar también los datos de calibración intrínseca de las cámaras y la información de distorsión radial de las imágenes. No ocurre en este caso, puesto que consideramos que los datos de la calibración intrínseca de la cámara poseen la suficiente calidad como para no tener que ser refinados. Se trata de obtener una reconstrucción que sea óptima bajo ciertos supuestos relativos al ruido de las características observadas en las imágenes. Si el error

3. Metodología

e la imagen es gaussiano de media cero, el ajuste de rayos es el estimador de máxima probabilidad (en inglés, *Maximum Likelihood Estimator*).

El ajuste de rayos minimiza el error de reproyección entre las coordenadas de imagen de los puntos observados y los puntos predichos, que se expresa mediante la suma de cuadrados de la distancia entre esos dos puntos. Lo que se asume es que n puntos 3D son observados desde m vistas, x_{ij} representa la proyección del punto i en la imagen j , v_{ij} denota una variable binaria que vale 1 si el punto i es visible en la imagen j y 0 en caso contrario, y se representa cada cámara con el vector a_j y cada punto 3D con el vector b_i . El ajuste de rayos minimiza el error de reproyección total con respecto a todos los puntos 3D y todos los parámetros de las cámaras, esto es:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m v_{ij} d(Q(a_j, b_i), x_{ij})^2$$

donde $Q(a_j, b_i)$ es la proyección predicha del punto i en la imagen j y d representa la distancia euclídea entre dos puntos. Por tanto, la minimización se alcanza utilizando algoritmos de mínimos cuadrados no lineales. De todos ellos, el de *Levenberg-Marquardt* (Levenberg 1944), ha demostrado ser uno de los más exitosos como técnica estándar para los problemas de mínimos cuadrados no lineales. La implementación es de propósito general, y su uso sigue una estrategia de amortiguamiento que permite la habilidad de converger rápidamente desde un amplio rango de soluciones iniciales. En cada iteración y tras la linearización de la función se busca la minimización entre los vecinos de la estimación actual. El algoritmo *Levenberg-Marquardt* es una combinación de dos métodos de aproximación, por un lado el algoritmo de descenso de gradiente y por el otro el método Gauss-Newton. Cuando la estimación en ese momento está lejos de la correcta, el algoritmo se comporta como el método de descenso de gradiente, es decir, lento, pero garantizando que se converja a una solución. Mientras que si la estimación en curso está cerca de la solución correcta, el algoritmo se comporta siguiendo el método Gauss-Newton, que es más rápido en alcanzar una solución.

El principal defecto del algoritmo *Levenberg-Marquardt* proviene de su concepción como algoritmo de propósito general, ya que esto implica un mayor coste computacional, por ejemplo para el caso del ajuste de rayos. Afortunadamente, la falta de interacción entre los puntos 3D y algunos parámetros de las cámaras da como resultado en algunas de las matrices implicadas la aparición de grandes bloques de ceros. Esto se puede explotar para mejorar los costes computacionales del algoritmo,

eliminando espacio de almacenamiento y reduciendo el tiempo de computación necesario para su ejecución. Con este objetivo los autores Lourakis y Argyros proponen la solución SBA (*Sparse bundle adjustment*) (Lourakis y Argyros 2004 y 2009).

Como se verá en el capítulo dedicado a los experimentos, los errores que se obtienen al aplicar un ajuste de rayos para la obtención de los parámetros extrínsecos de la cámara son del orden de tan sólo un píxel (aunque pueden llegar a alcanzarse en algunas ocasiones valores menores de un píxel), lo que hace de esta técnica una de las más adecuadas para esta tarea.

3.2. Bloque II: Obtención de una superficie previa.

Al finalizar el bloque I de la metodología propuesta se conoce toda la información de las cámaras (calibración interna y orientación externa). En este bloque II se calcula una primera solución discreta de la estructura 3D de la escena. Como se ha expuesto, en esta tesis doctoral se pretende obtener una estructura 3D de la escena con gran densidad de puntos 3D. Este objetivo ha de lograrse en dos fases. El bloque II representa el primero de ellos, la obtención de una superficie previa. Aunque el cálculo de esta superficie no es el objetivo final, se propone un método para obtener una superficie previa a utilizar como estimación inicial de la superficie 3D final. Mediante el uso del método SIFT se ha obtenido un primer conjunto de emparejamientos con los que poder crear la primera superficie 3D de la escena. Ésta aún no tiene la densidad de puntos 3D que se planteaba como objetivo, pero sirve para hacer una estimación de la profundidad, muy útil en el último paso que se plantea en el bloque III. Lo que se implementa en este bloque II es un método de reconstrucción 3D a partir del emparejamiento de características utilizando los descriptores SIFT.

3.2.1. Fase 5: Triangulación: Obtención de puntos 3D.

En este punto de la metodología se cuenta por una parte con un conjunto de emparejamientos robustos y de los datos de las cámaras obtenidos anteriormente (calibración interna y orientación externa). Por tanto, conocida la información de las cámaras es el momento de obtener una estructura 3D a partir del conjunto de emparejamientos. Para ello, se utilizará un método de triangulación (Hartley y Zisserman 2003 y Torr 1995 y 2002). La triangulación consiste en calcular los rayos de

3. Metodología

retro-proyección de los dos puntos imagen que forman una correspondencia. El punto 3D donde coincidan estos dos rayos formará parte del modelo 3D que buscamos. Para cada emparejamiento $(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ se puede calcular un punto 3D. Como se cuenta con las matrices de proyección $\mathbf{P}$ y $\mathbf{P}'$, el punto $\mathbf{X}$ de la escena debe cumplir las condiciones:

$$\mathbf{x} = \mathbf{P}\mathbf{X} \quad \mathbf{x}' = \mathbf{P}'\mathbf{X}$$

Lamentablemente no es sencillo hacer coincidir los rayos de retroproyección de un emparejamiento en ese punto $\mathbf{X}$. Cualquier emparejamiento $(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ lleva consigo un error de medida. En esta metodología se propone un esquema sencillo de triangulación lineal. Este esquema se basa en el hecho de que los puntos imagen emparejados pueden tener ese cierto ruido (error), y por tanto los rayos retro-proyectados de estos puntos no coinciden en el espacio. Existe un segmento que una la distancia más corta entre las dos líneas rectas que representan los dos rayos de retroproyección. El esquema propuesto soluciona este problema minimizando una función de coste que representa el error (o ruido) en la imagen:

$$\min_{\mathbf{X}} \left(d(\mathbf{x}, \mathbf{P}\mathbf{X})^2 + d(\mathbf{x}', \mathbf{P}'\mathbf{X})^2 \right)$$

donde d es la distancia euclídea entre dos puntos. Una vez corregido este error se obtiene la estructura 3D de la escena.

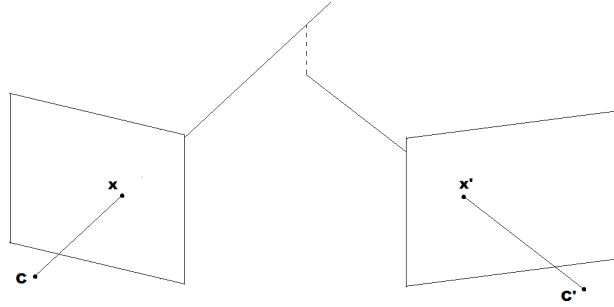


Figura 3.4: Ejemplo de triangulación.

3.2.2. Fase 6: Triangulación Delaunay: Obtención de una superficie TIN.

Como resultado de la Fase 5 de este bloque, se obtiene un conjunto de puntos 3D que son la base de esa superficie previa necesaria para el cálculo de los mapas densos de profundidad del Bloque III. Por tanto, a partir de este conjunto de puntos se obtiene una superficie TIN (Triangular Irregular Network). Para solucionar esta tarea una de las

soluciones más sencillas es utilizar el algoritmo de triangulación de Delaunay (Bern y Eppstein 1992).

Una triangulación de Delaunay es una red de triángulos que cumple la condición de Delaunay. Esta condición dice que la circunferencia circunscrita de cada triángulo de la red no debe contener ningún vértice de otro triángulo. Esa es la definición original para espacios bidimensionales. Es posible ampliarla para espacios tridimensionales, usando la esfera circunscrita en vez de la circunferencia circunscrita. Esa condición asegura que los ángulos del interior de los triángulos son lo más grande posible. Es decir, maximiza la extensión del ángulo más pequeño de la red.

Las triangulaciones de Delaunay tienen las propiedades siguientes:

- La triangulación forma la envolvente convexa del conjunto de puntos.
- El ángulo mínimo dentro de todos los triángulos está maximizado.
- La triangulación es unívoca si en ningún borde de la circunferencia circunscrita hay más que tres vértices.

La solución utilizada en esta tesis, es la de dos dimensiones. El resultado se puede observar en la figura 3.4 (la línea roja representa el límite del glaciar rocoso). Tal y como se apreciará en el siguiente bloque, la obtención de esta superficie previa mejora la obtención de los mapas densos de profundidad, además de aligerar el tiempo de cómputo necesario para su cálculo.

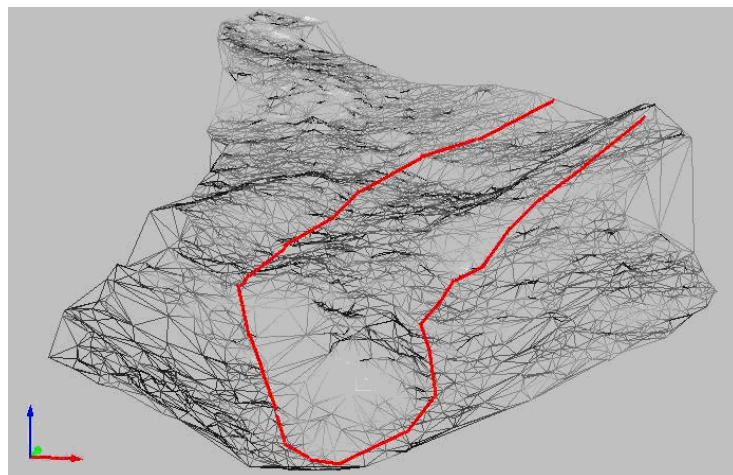


Figura 3.5: Ejemplo de superficie triangulada por Delaunay

3. Metodología

3.3. Bloque III: Modelo 3D final.

3.3.1. Fase 7: Mapas densos de profundidad.

La principal entrada de datos que requiere el algoritmo es un conjunto de imágenes o vistas de la escena y las matrices de proyección (parámetros internos y la orientación externa) de cada cámara (posición de cámara). También será necesario conocer algunos datos más sobre la escena que se quiere reconstruir (medidas aproximadas de la escena). Por ejemplo se podrá establecer un margen de profundidades donde se buscará la profundidad correcta.

El algoritmo implementado (De Matías et al. 2009b) en la solución seleccionada consiste en dos pasos:

- La generación de un mapa de profundidad por cada vista de entre las que contamos como parámetro de entrada.
- La unión de todos los mapas de profundidad en un solo modelo mallado global.

Generación de los mapas de profundidad (Depth map generation)

El primer paso consiste en elegir, de entre el conjunto de vistas de la escena $V = \{V_1, \dots, V_n\}$, una vista de referencia $R \in V$. Para esa imagen de referencia se elige además k vistas vecinas $C = \{C_1, \dots, C_k\} \in V - R$ con las que se correla a R usando un emparejamiento robusto de ventana. Para cada píxel p en R , se recorre su rayo de retroproyección en el intervalo de profundidad que se haya establecido para la escena que se quiere reconstruir. El rayo de retroproyección es la línea que parte del centro de proyección de la cámara, corta el plano de la imagen en el píxel p , e incide en una profundidad (que aún no se conoce) con alguno de los puntos de la escena. La profundidad es la distancia entre plano de la imagen y el punto de la escena donde incide el rayo de retroproyección. Se calcula el rayo de retroproyección (figura 3.5) del píxel p para varios valores de d . Estos valores están comprendidos entre la profundidad mínima y máxima que hayamos establecido en la escena. Además, también hay que establecer un valor de incremento de la profundidad Δ_{depth} . Para cada valor de profundidad se calcula el punto 3D de la escena donde incide el rayo de retroproyección para ese valor. Ese punto 3D se reproyecta en las imágenes vecinas. Se computa una correlación cruzada normalizada $NCC(R, C_j, d)$ utilizando una ventana centrada en el

píxel p y las ventanas correspondientes centradas en las proyecciones en cada una de las vistas vecinas C_j ($j \in [1..k]$) con una precisión subpíxel.

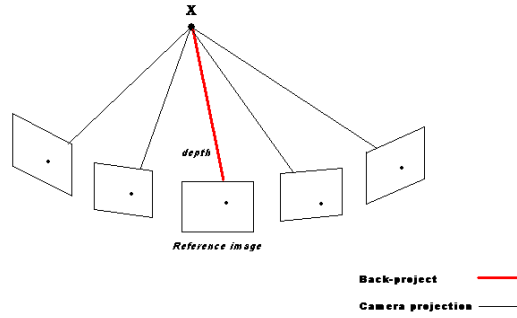


Figura 3.6: Esquema de retroproyección y reproyección

Cuando dos vistas muestran un área similar de un objeto con textura, se obtiene un valor alto de NCC para el valor d . Si, en caso contrario, hay por ejemplo una oclusión, reflejos, u otro factor, el valor NCC obtenido es bajo para todas las hipótesis de profundidad. Se ha de confiar en un valor de profundidad sólo si la ventana en la vista de referencia correla bien con la correspondiente ventana en las vistas vecinas. Se dice que un valor de profundidad d es válido si $NCC(R, C_j, d)$ es mayor que un umbral $thresh$ para al menos dos vistas de C . El conjunto de vistas con NCC mayor que $thresh$ para una profundidad dada d se denota como $C_v(d)$.

Para un valor de profundidad válido d , se calcula un valor de correlación $corr(d)$ como la media de los valores NCC de todas las vistas de $C_v(d)$:

$$corr(d) = \frac{\sum_{C_j \in C_v(d)} NCC(R, C_j, d)}{\|C_v(d)\|}$$

$\|C_v(d)\|$ evalúa el número de elementos en $C_v(d)$. Para cada píxel p en R , la profundidad que se elige es la que maximiza el valor de $corr(d)$, o ninguno si no se encuentra un valor válido de d . El algoritmo también calcula un valor de confianza $conf(d)$ para cada valor de profundidad recuperado mediante la siguiente ecuación:

$$conf(d) = \frac{\sum_{C_j \in C_v(d)} NCC(R, C_j, d) - thresh}{\|C\|(1 - thresh)}$$

3. Metodología

Esta función de confianza se incrementa con el número de vistas válidas y es una información necesaria en el proceso de unión de los distintos mapas obtenidos. En las figuras 3.6 y 3.7 se muestran los pseudo-códigos de los algoritmos del cálculo de los mapas de profundidad y de cálculo de la correlación.

```
Pseudo-code of depth-map program

Objective: Calculate a depth map

Function:

for i from 1 to WIDTH_IMAGE, and j from 1 to HEIGHT_IMAGE do

     $q\_2d = [i, j];$ 

    for d from DEPTH_MIN to DEPTH_MAX do

         $Q\_3d = \text{back\_project}(q\_2d, d);$ 

         $corr = \text{calculate\_corr}(q\_2d, Q\_3d, d);$ 

        we select the depth  $d$  with the best corr

    endfor

endfor
```

Figura 3.7: Pseudo-código de calculate_depth_map.

```
Pseudo-code of calculate_corr

Objective: calculate corr for a pixel.

Function:

 $k$ : number of neighboring views

 $NCC\_total = 0$ 

 $NCC\_number = 0$ 

for j from 1 to k do

    project  $Q\_3d$  in  $j$  view;

    calculate NCC;

    if  $NCC > thresh$  then

         $NCC\_total = (NCC\_total + NCC)/2;$ 

         $NCC\_number = NCC\_number$ 

+1;

    endif

endfor
```

Figura 3.8: Pseudo-código de calculate_corr.

Otro aspecto importante de la solución elegida para el cálculo de modelo denso es la definición de profundidad. En algunos casos, la profundidad puede entenderse como la distancia en la dirección perpendicular al plano de la imagen (Mc Glone 2004), sin embargo, en este caso se trabaja considerando la profundidad como la distancia calculada a lo largo de la recta que une el centro de la cámara y el punto 3D que se quiere reconstruir. De esta forma, es más sencillo establecer el intervalo prioritario donde el algoritmo busca la profundidad correcta.

Primera estimación de profundidad utilizando una superficie previa.

Uno de los principales problemas, que se ha encontrado utilizando este método de reconstrucción densa, es la estimación de un intervalo de profundidad inicial donde realizar la búsqueda de la profundidad correcta. Normalmente se ha de establecer un valor mínimo y otro máximo para cada punto de la imagen. El hecho de no tener una buena estimación inicial de la profundidad obliga al uso de grandes intervalos que pueden ser problemáticos. En primer lugar por la gran cantidad de tiempo de computación necesaria, y además porque los resultados obtenidos podrían no ser correctos (se pueden obtener altos valores de NCC en profundidades diferentes). Por tanto, es necesario encontrar una forma de conseguir esa estimación inicial de la profundidad de cara a obtener un buen resultado.

La solución propuesta en esta metodología para solventar el problema de la estimación de la profundidad es el cálculo de una superficie previa del terreno. Esta superficie no es tan densa y tan precisa como la que consigue al final de esta fase de la metodología, sin embargo, sí permite utilizarla para la estimación del intervalo inicial donde buscar la profundidad final. La intersección de los rayos de la cámara con esta superficie del terreno será una razonable estimación inicial de la profundidad (Figura 3.8).

3. Metodología

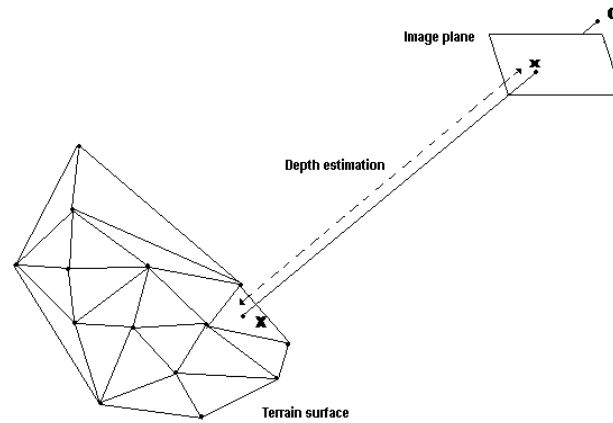


Figura 3.9: Estimación utilizando una superficie triangulada.

De esta forma se puede obtener una buena estimación inicial de profundidad a partir de la cual se comienza la búsqueda de la profundidad correcta. El método de reconstrucción consigue completar y mejorar la superficie inicial del terreno hasta conseguir una reconstrucción tridimensional densa.

Estructura piramidal

Otro problema importante del método de emparejamiento denso viene de trabajar con imágenes muy grandes (por ejemplo imágenes de 12 o más Megapíxeles), puesto que el método original (Goesele et al. 2006) calcula un valor de profundidad para cada píxel de la imagen de referencia. Esto supone un gran coste computacional, y por tanto incrementa notablemente el tiempo necesario para conseguir una reconstrucción. En este sentido lo que se propone es utilizar una estructura piramidal para procesar las imágenes. La estructura piramidal es una mejora típica en el procesamiento de imágenes (Bachiller et al. 2008) y es una forma adecuada para adaptar un algoritmo a unos requerimientos menores de computación.

En este caso, el objetivo es trabajar con imágenes en varios niveles de tamaño (normalmente dos, ver figura 3.9). Cada píxel en un nivel tiene su correspondiente en el siguiente nivel. El nivel más alto de la pirámide (la del tamaño menor) es la imagen sobre la que se calcula la profundidad en cada píxel. Cuando se encuentra el mejor valor de correlación (mayor que el umbral impuesto) se prueba el proceso de correlación con

el correspondiente píxel en los otros niveles (por ejemplo el nivel más bajo en la figura 3.9). De esta forma, cada nivel tiene un propósito específico en el algoritmo:

- El nivel más alto (con la imagen de menor tamaño) determina la cantidad de píxeles donde calcula un valor de profundidad y por consiguiente la cantidad de posibles puntos 3D de la reconstrucción final.
- El nivel o niveles más bajos (con los tamaños de imágenes mayores) refuerzan las profundidades obtenidas anteriormente.

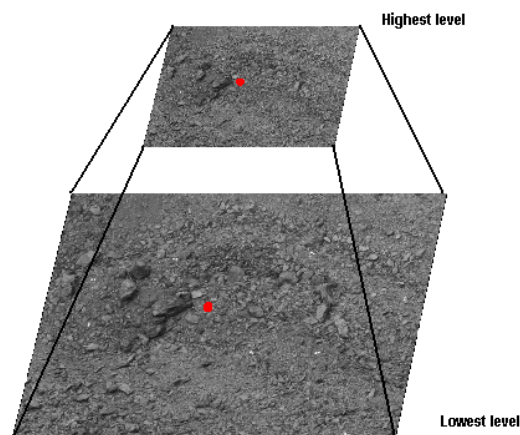


Figura 3.10: Estructura piramidal.

Utilizando esta sencilla técnica se puede decidir la densidad de puntos de la reconstrucción final, así como reducir el tiempo de ejecución o ajustarlo a los requerimientos de cada caso.

Unión de los mapas de profundidad

En los pasos anteriores se ha producido un conjunto de mapas densos, a veces incompletos (sobre todo si sufrimos el problema de las oclusiones), con unos valores de confianza para cada profundidad calculada. El siguiente paso consiste en la unión de todos ellos en una sola representación triangulada de la superficie. Para hacer esta unión, se usa como en (Goesele et al. 2006), la aplicación del método volumétrico propuesto por los autores Curless y Levoy (Curless y Levoy 1996). Esta aproximación fue desarrollada en un principio para la unión de datos 3D obtenidos con un láser

3. Metodología

scanner. La aplicación convierte cada mapa de profundidad en un volumen ponderado (se establece un peso para cada vértice) por la distancia, forma una suma de estos volúmenes (de los diferentes mapas de profundidad) y extrae una superficie (Goesele et al. 2006, De Matías et al. 2009b, 2010a).

Este método de unión tiene un número importante de propiedades que hacen de él una solución muy apropiada en la metodología que se propone. Particularmente habría que destacar su robustez ante la presencia de outliers (aquellos puntos que no se adaptan al ajuste general), y la representación de la incertidumbre direccional. El algoritmo de unión comienza con la reconstrucción de una malla triangulada para cada vista y reduciendo el peso de los puntos que se sitúan cerca de las discontinuidades y los puntos vistos desde ángulos muy inclinados. Estas mallas se convierten, utilizando los pesos de cada uno de los vértices, en un volumen listo para unir con otros. Los puntos o vértices outliers serán los que se filtren tras uno o dos muestreos automáticamente, puesto que no podrán formar triángulos en la primera fase del algoritmo. Algunos grupos de outliers podrían formar pequeñas superficies desconectadas del resto. Estas superficies tendrán pesos bajos, ya que todos sus puntos están cerca de las discontinuidades de profundidad y probablemente no podrán ser confirmadas desde otras vistas. Pueden ser eliminadas en un postproceso que prescindiera de las partes con un bajo índice de confianza o extrayendo el componente conectado de mayor tamaño. El resultado es una malla triangulada que integra todas las superficies obtenidas a partir de los mapas de profundidad.

3.4. Bloque IV: Desplazamiento de bloques.

El último paso es el que permite el estudio del desplazamiento de bloques en la monitorización del glaciar. Lo que se busca es relacionar los modelos tridimensionales obtenidos en una campaña con los obtenidos en otra posterior. El método fotogramétrico estándar, así como gran parte de las técnicas de visión por computador, contemplan sólo la posibilidad de reconstruir una escena en un instante en el tiempo (reconstrucción estática). De una de estas reconstrucciones es difícil obtener información dinámica, como la que nos hace falta para estudiar el movimiento de un glaciar. Como ya se explicó en el capítulo de introducción, en gran parte de los estudios

geomorfológicos es muy interesante obtener información de la dinámica de los glaciares rocosos.

Por tanto, es indispensable una técnica que permita enlazar puntos en imágenes tomadas en diferentes campañas. De esta forma, se pueden obtener productos que representen los movimientos de bloques del glaciar, para facilitar las tareas de monitorización. Las informaciones a obtener van en dos direcciones, por un lado, se obtiene información referente a desplazamientos en el plano horizontal X-Y, tanto en dirección como en magnitud, y por el otro, desplazamientos en el eje vertical Z (en magnitud), y todo ello a nivel local.

Tal y como se expone en el apartado de experimentos, en gran parte de los proyectos de monitorización de glaciares, esta tarea se realiza utilizando métodos geodésicos (por ejemplo GPS) para la medición de un conjunto reducido de puntos de control (por ejemplo en el caso del Veleta, que se expone en los experimentos, se controlan unos 35 puntos). Lo que se pretende en este bloque es desarrollar una técnica automática para conseguir una mayor cantidad de relaciones entre los puntos reconstruidos en diferentes campañas, fusionando métodos de la fotogrametría y de visión por computador.

La técnica desarrollada en esta metodología se ha llamado *dense flow vectors*, que traducido al español, es algo así como vectores densos de flujo. Son de flujo puesto que representan los movimientos de un bloque, densos por la cantidad obtenida de ellos por cada par de imágenes y vectores, puesto que representan la dirección, sentido y magnitud del desplazamiento de una parte del glaciar.

3.4.1. Fase 8: *Dense Flow Vectors*.

La idea principal para conseguir los *dense flow vectors* es combinar dos de las técnicas de las que ya se han tratado en el desarrollo de esta metodología:

- Por un lado, se ha visto como los mapas de profundidad son una sencilla y a la vez potente herramienta para la representación de reconstrucciones densas tridimensionales. Como ya se indicó, permiten almacenar en una misma estructura, información 3D (reconstrucción tridimensional de la escena en forma de datos de profundidad) e información 2D (imágenes obtenidas de las tomas realizadas en la escena).

3. Metodología

- Por otro lado, ya se trató en el capítulo anterior el conjunto de métodos para el emparejamiento de imágenes que ha ido surgiendo en los últimos años y que ha revolucionado esta parcela de la visión por computador. Entre otras cosas, se indicó como el método SIFT es uno de los algoritmos más indicados de toda esta nueva generación de métodos y descriptores, ya que consigue emparejamientos correctos con cambios importantes entre las imágenes (escala, orientación, iluminación,...). Estas características hacen de él una herramienta muy útil para, por ejemplo, buscar puntos homólogos en imágenes tomadas con distintas cámaras, con distintos objetivos, o incluso en diferentes épocas (hasta con varios años de diferencia).

Por tanto, si se dispone de mapas de profundidad en los que a cada píxel de una imagen digital se le asocia un valor de la profundidad tridimensional de la escena y métodos que permiten emparejar puntos característicos entre imágenes de diferentes épocas, se puede relacionar puntos 3D calculados en una campaña con sus homólogos en otra anterior o posterior.

Cálculo de los dense flow vectors.

Cuando se le aplica a una imagen el método SIFT lo que se obtiene es un conjunto de descriptores con las propiedades ya comentadas (invariabilidad a la escala, a las rotaciones, a los cambios de iluminación,...). Como ya se ha explicado, si se quieren buscar emparejamientos entre dos imágenes se comparan los conjuntos de descriptores obtenidos de cada imagen para encontrar aquellos descriptores que coinciden entre los dos conjuntos.

El objetivo es encontrar representaciones del mismo punto en dos imágenes diferentes. Es poco probable encontrar descriptores completamente idénticos entre las dos imágenes. Por ello se establece un índice de similaridad. Éste no es más que un ratio mínimo entre la distancia del más próximo y del segundo más próximo. El valor de este índice se ha de establecer de forma experimental. Como referencia se puede tomar el valor de 0,8. Este valor es el que el autor de SIFT establece como el más adecuado para la base de datos de descriptores con los que trabaja (Lowe 2004). Aunque 0,8 es la referencia este valor puede variarse. Si se elige un valor inferior a 0,8, lo que se hace es restringir las posibilidades para que dos descriptores se consideren similares. Por lo que

se obtendrán menos emparejamientos (si el valor es de cero para que dos descriptores se consideren similares han de ser idénticos). En caso contrario, si se elige un valor superior a 0,8, se amplía el abanico de posibles candidatos a puntos homólogos. En el primer caso se obtienen menos emparejamientos con una mayor robustez y en el segundo caso se obtienen más emparejamientos, pero con más posibilidades de obtener puntos homólogos erróneos.

La forma de elegir este valor umbral es experimental y depende del tipo de imágenes con las que se trabaje. En el capítulo de experimentos se discute cual es el valor más adecuado.

El ajuste del valor umbral permite que se puedan encontrar descriptores SIFT homólogos entre imágenes tomadas en diferentes años. Cada una de estas imágenes se encuentra relacionada con un mapa de profundidad que permite establecer las relaciones entre aquellos bloques aparecidos en las imágenes que no hayan sufrido excesivas deformaciones (como es muy común en la monitorización de glaciares).

Este proceso se puede implementar mediante los siguientes pasos:

1. Se selecciona una imagen de la campaña 1 y otra de la campaña 2 con sendos mapas de profundidad asociados.
2. Se extraen los descriptores SIFT de la imagen de la campaña 1 y de la misma forma, los descriptores SIFT de la imagen de la campaña 2.
3. Se comparan ambos conjuntos de descriptores SIFT para obtener aquellos que son similares. Previamente, y de forma experimental, se debe haber elegido un valor umbral de distancia entre primero y segundo que permita decidir que descriptores se pueden considerar similares y cuales no.
4. Se obtiene un conjunto de puntos homólogos en las imágenes de ambas campañas. Un par de puntos homólogos será un par de puntos imagen de la forma $[x_{\text{campaña1}}, y_{\text{campaña1}}, x_{\text{campaña2}}, y_{\text{campaña2}}]$, que representa las coordenadas píxel del punto homólogo.
5. Se relaciona esta información 2D (puntos en las imágenes) con información 3D (puntos 3D obtenidos a partir de la información de profundidad). De esta forma se obtienen pares de puntos 3D del tipo:

3. Metodología

- $[X_{\text{campaña1}}, Y_{\text{campaña1}}, Z_{\text{campaña1}}, X_{\text{campaña2}}, Y_{\text{campaña2}}, Z_{\text{campaña2}}]$. Estos dos puntos 3D determinan una dirección, un sentido y una distancia, es decir, un vector que es a lo que se denomina *dense flow vector*.
- 6. Estos vectores representan el desplazamiento de un punto característico de la escena a través del tiempo. A partir de ellos se puede obtener de forma sencilla:
 - Información de los desplazamientos en el plano XY.
 - Información de los desplazamientos en el eje Z.
- 7. Los pasos del 1 al 6 se repiten para cada par de imágenes de las campañas 1 y 2. Es imprescindible contar con la información tridimensional de los mapas de profundidad.

Este proceso permite obtener información dinámica de la escena, en forma de un conjunto de vectores de desplazamiento, a partir de la información estática que suponen los puntos 3D de la escena.

Este último bloque cierra la metodología que se propone en esta tesis doctoral. Como se indica en el capítulo de introducción, el fin último es el de obtener información cartográfica a partir de un conjunto de imágenes. Esta información cartográfica, resultado de todo el proceso descrito en este capítulo, se puede resumir en dos grupos:

- Por un lado la información estática de la escena, que representa los resultados de cualquier proyecto fotogramétrico. En este caso, esta información se produce en forma de mapas de profundidad. No hay que olvidar que un mapa de profundidad no es más que la situación de una cámara, el plano de la imagen de esa cámara y de un conjunto de valores de profundidad, y que puede ser traducido de forma sencilla a una nube de puntos 3D.
- Por el otro se encontraría ese conjunto de vectores obtenidos en este bloque (*dense flow vectors*) y que suponen la información dinámica de la escena. Estos resultados no son comunes en cualquier proyecto fotogramétrico, y son los que permiten establecer el comportamiento de los distintos bloques de la escena a lo largo del tiempo.

En el capítulo siguiente se incluyen los resultados que con esta metodología se han obtenido en los escenarios seleccionados para realizar los experimentos del trabajo.

3. Metodología

Capítulo 4: Experimentos.

4. Experimentos

4. Experimentos

En el capítulo anterior se han explicado los detalles la metodología propuesta en este trabajo. Ya se ha visto como la metodología se ha dividido en 4 bloques principales. Un primer bloque dedicado al conocimiento de todo lo relativo a la cámara (calibración interna y orientación externa), un segundo bloque, en el que se obtiene una primera superficie previa, que es muy útil para el tercer bloque, en el que se calculan los mapas densos de profundidad (*dense depth maps*). En el último bloque se trata la posibilidad de enlazar los modelos de diferentes campañas mediante los *dense flow vectors*.

Como en toda tesis doctoral que propone una metodología eminentemente práctica, es necesaria una validación de resultados con ejemplos reales (o lo más realistas posibles). Esta validación debe ser la demostración de la idoneidad de lo propuesto.

Tal y como se indica en el título de esta tesis doctoral, la metodología que se ha desarrollado pretende el modelado 3D de estructuras geomorfológicas dinámicas. Aunque la metodología a desarrollar tenga un campo de aplicación lo más amplio posible, desde un principio el objetivo ha sido su utilización en proyectos relacionados con la geomorfología (principalmente glaciares rocosos).

Los ámbitos de experimentación y validación, uno principal y otro secundario, de la propuesta básica de este trabajo han sido dos escenarios naturales en los cuales el grupo de investigación “Ingeniería Geomática y Patrimonio Urbano” de la Universidad de Extremadura ha desarrollado su labor investigadora en la última década: el glaciar rocoso del **Corral del Veleta** de Sierra Nevada y el helero del **Jou Negro** en la Cordillera Cantábrica.

El capítulo se ha dividido en dos apartados. Un primer apartado donde se detallan los materiales utilizados (cámaras e instrumental topográfico) y un segundo apartado donde se habla de los escenarios de cada uno de los experimentos, así como de los resultados obtenidos en cada caso.

4.1. Materiales utilizados

Para el trabajo de campo se ha contado con un dispositivo que permita tomar imágenes y otro que permita realizar medidas de algunos puntos de apoyo. En el primer grupo de dispositivos se ha contado con una cámara analógica y otra digital, mientras

4. Experimentos

que en el segundo grupo con dos tipos de tecnologías para la medición de los puntos de apoyo, por un lado una estación total de tecnología láser y por otro un receptor GPS de medición.

4.1.1. Cámaras utilizadas

La primera de las cámaras utilizadas es una del modelo Rollei 6008. Es un modelo de cámara analógica, para película de medio formato (6x6), de las llamadas semimétricas. Además se dispuso de tres lentes de focal fija, concretamente un 40 mm, un 60mm y un 120 mm. Este tipo de modelo de cámara es muy común en la realización de trabajos de fotogrametría analítica e incluso digital (mediante la digitalización de los negativos).



Figura 4.1: Cámara Rollei 6008

Aunque se ha contado con una cámara de este modelo, no se ha utilizado en los experimentos con los que se ha probado la metodología que propone esta tesis doctoral. Únicamente se utilizaron algunas imágenes tomadas con esta cámara durante las campañas de 2003 y 2005. El hecho de no utilizar esta cámara reside en el proceso de digitalización necesario para su uso en los diferentes proyectos. Lo que aquí se propone es una metodología totalmente digital, por lo que no parecía correcto partir de una cámara analógica. Sí se tenía acceso a un escáner de negativos de gran calidad (Vexcel Ultrascan 5000), con el que se digitalizaron por ejemplo las citadas campañas de 2003 y 2005. Sin embargo, se intentó eliminar la tarea de digitalización, primero por ser un trabajo extra, segundo por la consiguiente pérdida de calidad que supone un proceso de escaneado. Esto supuso descartar este modelo de cámara y plantear desde un principio el uso de un modelo digital completo con calidad suficiente.

En la última década el avance en la tecnología y el abaratamiento del equipamiento de fotografía digital han sido muy importantes. Resulta bastante económico adquirir una cámara digital tipo réflex de calidad profesional y mucho más barato la adquisición de modelos orientados al aficionado a la fotografía. Es por esto que la adquisición de una cámara con calidad profesional (o semiprofesional) no es un problema en este tipo de proyectos. Teniendo en cuenta estas razones se eligió para la realización de estos experimentos una cámara Canon EOS 5D. Ésta mantiene ciertas características respecto al resto de cámaras que la hacen diferente, y muy práctica en muchos trabajos. Su principal ventaja en el momento de su aparición en el mercado respecto a sus competidoras era el hecho de ser la primera cámara de formato completo¹ a un precio relativamente asequible. Esta característica implica olvidarse de los llamados factores de multiplicación que conllevaban otros modelos anteriores. Es decir, aquellas cámaras con un tamaño de sensor inferior al fotograma de 35 mm implicaban un factor de multiplicación de las lentes que se utilizaran (a menudo factores de 1,4 o 1,6). Este factor de multiplicación favorece el uso de teleobjetivos, pero castiga el uso de grandes angulares. Por tanto, la cámara que se seleccionó para este trabajo es una cámara digital y con un acabado casi profesional, muy adecuado para el objetivo por el que se adquirió.



Figura 4.2: Cámara Canon EOS 5D

Para este modelo de cámara se contó con dos lentes de focal fija, una de 35 mm y otra de 100 mm. El hecho de utilizar focales fijas se debe a la estabilidad de este tipo de lentes. Esta característica es esencial para que los datos de calibración que se obtengan de ella sean realmente fiables.

¹ Se llama cámara de formato completo a aquella cuyo tamaño de sensor es el tamaño de un fotograma de película de 35 mm.

4. Experimentos

4.1.2. Instrumental topográfico

Ante la necesidad de establecer la posición de algunos puntos de control vitales para determinar la orientación externa de las cámaras, durante el desarrollo de los experimentos de esta tesis doctoral se han utilizado dos tipos de dispositivos:

- Una estación total para la medición sin prisma, en concreto el modelo Topcon GTS-502E.
- Receptores GPS de medición, en este caso el modelo que se utilizó es el Leica de la serie 1200 con tecnología GNSS (*Global Navigation Satellite System*) y RTK (*Real Time Kinematic*). Permiten el uso de satélites GPS (sistema americano) y GLONASS (sistema ruso).



Figura 4.3: Estación Topcon GTS-502E



Figura 4.4: Receptores GPS Leica 1200

4.2. Escenarios de trabajo

Los experimentos de la tesis doctoral se centran en producción de cartografía en zonas de alta montaña, para el estudio de algunos procesos geomorfológicos (principalmente glaciares rocosos).

Este tipo de escenarios son un buen campo de pruebas de la metodología propuesta. Por un lado, por ser un tipo de escenario sin “estructura creada por el hombre”, es decir, son conjuntos de rocas donde no es posible ver la mano del hombre (no hay líneas rectas, círculos, etc.). Esto impide que se puedan aplicar técnicas de, por ejemplo, fotointerpretación, que si son útiles en otros escenarios.

Por otro lado, en la mayoría de los casos son zonas de muy difícil acceso que dificultan, en muchas ocasiones, la utilización de técnicas válidas para la mayoría de reconstrucciones tridimensionales. En casos como estos, no son aplicables, o su aplicación resulta muy cara y de no tan buenos resultados (vuelos fotogramétricos, por ejemplo). La mala accesibilidad de las zonas de alta montaña donde se ha trabajado dificulta aún más este tipo de proyectos. En otros trabajos similares se observa como es común otro tipo de aproximaciones a la obtención de este tipo de cartografía, tal y como se pudo ver en el capítulo 2 (Fotogrametría aérea y Fotogrametría mediante fotografía de satélite). Sin embargo, a menudo estas aproximaciones son muy caras o no se pueden obtener las precisiones que se pretenden y que sí se obtienen si se reduce la distancia al escenario a fotografiar, por ejemplo, con fotogrametría terrestre.

Además de las razones puramente técnicas, existen otras que tienen que ver con la aplicabilidad de la tecnología. No debe olvidarse cómo los experimentos de esta tesis doctoral pretenden observar, estudiar y cuantificar unos fenómenos geomorfológicos (glaciares rocosos, heleros, etc.) esenciales en algunos proyectos de estudio de la variación climática terrestre. En todos ellos, la metodología que se propone produce una serie de productos cartográficos que facilita la tarea de los geomorfólogos que estudian este tipo de fenómenos. Por tanto, lo que se propone tiene una validez científica inmediata, aparte de las posibles futuras aplicaciones de las que se hablarán en el último capítulo de conclusiones.

Además de usar esta metodología en los escenarios de trabajo comentados, se utilizaron, y se siguen utilizando técnicas, como la topografía, la geodesia y la fotogrametría clásica. No se pretende olvidar estas técnicas. Más bien se tiene como

4. Experimentos

objetivo completarlas. Se puede decir que este trabajo sólo “competirá” con los resultados de la fotogrametría clásica. Los resultados que se obtienen de la topografía y la geodesia, siguen teniendo vigencia y resultan en muchos casos complementarios.

La principal forma de estudiar el movimiento de glaciares en anteriores trabajos (De Sanjosé y Lerma 2001, 2004, De Sanjosé et al. 2006a, 2007) es la instalación de una serie de varillas, fijadas a lo largo del escenario, y medidas utilizando, o bien técnicas topográficas (estación total para medición con o sin prisma), o bien técnicas geodésicas (dispositivos GPS). Las varillas se mantienen de año en año, lo que permite que podamos realizar un seguimiento del desplazamiento del glaciar, tanto en profundidad como longitudinalmente. Las precisiones de ambas técnicas son excelentes (entre 2 y 3 cm para la estación total y entre 3 y 4 cm para los dispositivos GPS). Acercarse a estas precisiones con otro tipo de técnicas como las propuestas es francamente difícil. Sin embargo, es posible competir con ellas en cuanto a la cantidad de puntos obtenidos y la facilidad de obtenerlos. Normalmente, no se instalan más de 20 o 25 varillas en cada escenario. La información que de ellas se obtiene es suficiente para muchos de los estudios realizados, pero se puede quedar corta en otros, por la escasa cantidad de datos obtenidos. En los dos escenarios que se incluyen a continuación se especifican algunos de los datos obtenidos con estas técnicas. En algunos casos, también son útiles para la comparación de los resultados obtenidos en estos experimentos con la metodología propuesta.

4.2.1. Glaciar del Veleta en Sierra Nevada.

El Glaciar del Veleta en Sierra Nevada ha sido el principal escenario seleccionado donde validar los métodos propuestos. Los datos allí obtenidos son la base más importante de los experimentos de esta tesis doctoral. En primer lugar se incluye una introducción geográfica y geomorfológica del escenario, realizada por el catedrático D. Antonio Gómez Ortiz de la Universidad de Barcelona, para posteriormente describir qué resultados se obtuvieron en la aplicación de la metodología.

Introducción geográfica y geomorfológica (A. Gómez Ortiz).*El macizo de Sierra Nevada*

Sierra Nevada forma parte de las cordilleras Béticas y conforma un robusto macizo instalado en el SE de la Península Ibérica (37°N/3°W), cercano al Mediterráneo. Regionalmente se distribuye en dirección oeste-este, entre las provincias de Granada y Almería y morfoestructuralmente ofrece una nítida delimitación. Su fachada meridional la fijan los surcos del Guadalfeo y Andarax, que la aíslan de las sierras de Lújar, Contraviesa y Gádor. La fachada norte y extremo occidental la definen la Vega de Granada y la Depresión de Guadix-Baza. En cuanto a su extremo oriental tiende a diluirse hacia el surco del río Nacimiento debido a que los cordales cimeros de la Sierra, a partir del Picón de Jéres (3094 m) declinan progresivamente en esta dirección (Montenegro, 1710 m) (figura 4.5).



Figura 4.5: Macizo de Sierra Nevada (imagen Landsat)

Sierra Nevada se dispone a lo largo de más de 90 Km. y aglutina las mayores altitudes peninsulares (Mulhacén, 3482 m; Veleta, 3398 m, Alcazaba, 3366 m; etc.). La estructura básica de Sierra Nevada es una sucesión de mantos de corrimiento de origen alpino contruidos en rocas cristalinas paleozoicas y materiales triásicos. De su relieve hay que destacar la predominancia de las formas evolucionadas, sobre todo en rellanos de cumbres y laderas meridionales. También sobresale la compartimentación generalizada que ofrece como respuesta a la organización de la red fluvial, tributaria del

4. Experimentos

Mediterráneo y Atlántico. Las huellas glaciares en Sierra Nevada predominan por encima de los 2500 m y hasta cotas bajas las de morfodinámica periglacial.

La cubierta vegetal de Sierra Nevada destaca por su gran diversidad y riqueza de especies. Lo explica la particular situación geográfica de la montaña y las adaptaciones que la vegetación hace al clima, muy supeditado a la considerable altitud. Al respecto, resalta que en los pisos más elevados, superados los 2900 m, reinan condiciones climáticas propias de medios fríos periglaciares de montaña afectada por prolongada aridez estival (precipitación anual superior a 710 mm a 2500 m y temperatura media anual en torno a los 0°C en los 3400 m de altitud) (Salvador et al. 2011).

Esta montaña, que pudiera parecer repulsiva a su antropización, pronto fue humanizada en sus tramos bajos y medios. Así se desprende de la impronta secular que el hombre fue dejando en el paisaje, reflejo de culturas milenarias y modos de vida diversos, siempre subordinados al imperativo del medio natural.

Sierra Nevada, macizo afectado por glaciares

La variabilidad climática cuaternaria tuvo un significado geomorfológico importante en los principales sistemas montañosos de las latitudes medias y el desarrollo de glaciares fue una de sus manifestaciones más relevantes. En el caso de las montañas europeas constituyó su foco más meridional. Sus principales sistemas glaciares quedaron relegados en los tramos más elevados de la montaña, concentrándose en las cabeceras de los barrancos (figura 4.6).



Figura 4.6: Cumbres de Sierra Nevada (ortofoto 2005, JA)

Los sistemas glaciares de Sierra Nevada se extendieron desde el cerro de Trévez (2877 m) hasta el cerro del Caballo (3011 m), que es donde los cordales cimeros sobrepasan los 3000 m (Mulhacén, 3482 m; Veleta, 3398 m; Alcazaba, 3366 m). Las lenguas glaciares fueron de corto recorrido y no parece probable que sobrepasaran los 15 km. Los análisis realizados en diferentes registros glaciares (morfológicos y sedimentológicos) tienden a mostrar la posibilidad de que la Sierra fuera afectada por más de una glaciación (Gómez et al. 2002). Por lo que respecta a la desaparición generalizada de los glaciares hay que señalar que se fijaría a partir de los 15000 BP (*Before present*, antes del momento actual), que es cuando los hielos quedaron encerrados en el seno de los circos. Los primeros estudios sobre el glaciario cuaternario de Sierra Nevada debieron iniciarse a mediados del siglo XIX y se han venido prolongando de manera sostenida hasta nuestros días (Gómez et al. 2002).

Históricamente Sierra Nevada, como otros núcleos de montañas de la península Ibérica –Pirineos y Picos de Europa, por ejemplo- también fue afectada por la denominada Pequeña Edad del Hielo (siglos XV/finales del XIX), lo que vendría a confirmar que tal pulsación climática, con muy tenue repercusión en los modelados de la Sierra, igualmente afectó al extremo suroeste de Europa. Siempre se trató de pequeños focos glaciares encerrados en el seno de los antiguos circos. El espacio glaciado incluyó los barrancos de la fachada norte de la Sierra y la sur. De entre los focos más importantes el del Corral del Veleta fue el que perduró más tiempo.

El Corral del Veleta, último reducto glaciar

El Corral del Veleta forma parte de la cabecera del barranco del Guarnón. Está situado en la cara norte de Sierra Nevada, al pie del picacho del Veleta (3392 m), entre el cerro de los Machos (3374 m) y la cresta de los Lastrones. En su conjunto conforma un cuenco ovalado abierto al noreste y labrado en bancos de micasquistas feldespáticas de distinta naturaleza y resistencia (Sanz de Galdeano et al., 1998). Su base, inclinada hacia el oeste, coincide con una repisa estructural (“vasar”) colmada de clastos que, en dirección sur, entra en contacto con la pared vertical del picacho del Veleta y hacia el norte, con un espeso cordón morrénico frontolateral que la aísla del valle. El Corral del Veleta tiene una longitud (W-E) superior a los 600 m y una anchura (S-N) que oscila entre los 175 y 250 m. Su desnivel es del orden de los 250-300 m, fijándose su cota más baja en los 3050 m (figura 4.7).

4. Experimentos



Figura 4.7: Corral del Veleta, agosto, 2009 (A. Gómez Ortiz)

La orientación y altitud del Corral del Veleta contribuyeron a que el foco glaciar formado durante la Pequeña Edad del Hielo perdurara hasta fechas muy cercanas, pues a finales del siglo XIX el cuenco aún permanecía colmado de masas de hielo y nieves, y parcialmente, hasta bien sobrepasada la primera mitad del siglo XX (Quelle 1908 y Messerlí 1965). En la actualidad no existe rastro visible del glaciar aunque si persisten neveros o ventisqueros de fusión tardía en su base y pequeñas placas de hielo permanente atrapadas en las paredes del tajo del Veleta. La presencia de estos cuerpos helados, a los que hay que añadir el ya aludido hielo glaciar y *permafrost* enterrado bajo escombros detríticos, se explican a partir del proceso de deglaciación que debió sufrir el glaciar y que, una vez encerrado en su cuenco, se caracterizó por evolucionar sucesivamente de glaciar blanco a glaciar negro y de éste a hielo glaciar fósil glaciar y *permafrost* (Gómez et al. 2008).

La degradación de las masas heladas del Corral del Veleta

La existencia de hielos fósiles y *permafrost* alojado bajo manto detrítico en el seno del Corral del Veleta fue detectada en el año 1998, a partir de los -120 cm, mediante técnicas geofísicas y extracción de testigo. Desde el 2001 se viene analizando su estado físico así como las repercusiones geomorfológicas que se operan en el manto detrítico

de la base del circo (Gómez et al. 2008). Los análisis que se vienen haciendo se traducen en el control de un incipiente glaciar rocoso (que actúa como muestra significativa) cercano a la lagunilla del Corral en cuyo interior aún perduran bolsas de hielo fósil glaciar y niveles de *permafrost* (figura 4.8). Las características de este glaciar rocoso son:

Altitud media del cuerpo detrítico: 3106 m

Orientación: S-W (conforma una L)

Longitud: 129,6 m

Anchura media: 37,5 m

Espesor medio: 8 m

Superficie: 3815 m²

Material clástico: bloques heterométricos de micasquitos con abundante matriz gruesa y fina interna.

Dimensiones de clastos: desde bloques de grueso calibre (varios m³) hasta cantos y gravas de tamaño decimétrico-centimétrico.

En cuanto a los controles que se hacen para determinar su evolución son:

- a) el régimen térmico del suelo.
- b) el grado de recubrimiento nival en verano.
- c) el desplazamiento de los bloques que recubren las masas heladas.
- d) la caracterización geofísica de las masas heladas.

4. Experimentos

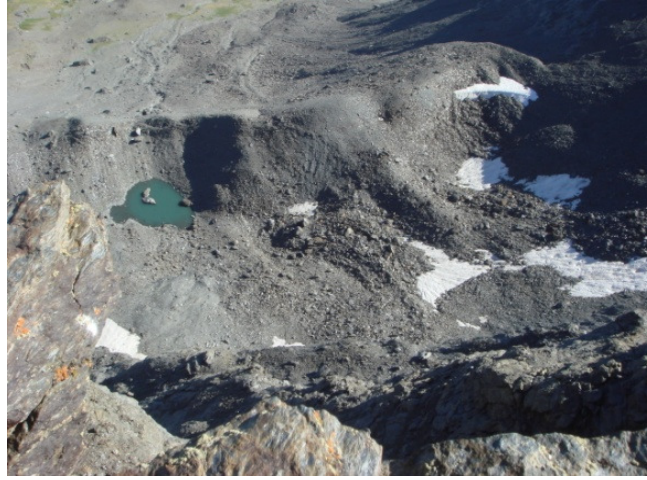


Figura 4.8: Glaciar rocoso, agosto, 2009 (A. Gómez Ortiz)

La interpretación de los resultados obtenidos (hasta el año 2009) permite explicar que los hielos glaciares relictos y el *permafrost* del glaciar rocoso se encuentran en proceso continuado de degradación. Ello se justifica por las repetidas subsidencias que sufre el paquete clástico y la disminución y desconexión de los cuerpos resistivos congelados en profundidad. La interpretación que hacemos de estos acontecimientos es resultado de la sucesión de procesos físicos en cascada, iniciados a partir de la radiación externa que incide en el suelo, muy en particular desde que el glaciar rocoso queda liberado del manto nival y las aguas de fusión recorren la capa activa. La degradación de estas masas heladas sucede en verano, en pocas semanas, y de manera más notoria y acelerada desde que la nieve tiende a permanecer menos tiempo en las cumbres de Sierra Nevada, hace ya décadas (Gómez et al. 2011)².

Monitorización del glaciar con técnicas geomáticas (2001 – 2009).

El dinamismo del glaciar rocoso del Corral del Veleta se controla a partir de técnicas geomáticas que se iniciaron en el año 2001 (Sanjosé y Lerma 2001 y 2004). Desde entonces los resultados obtenidos han mostrado diferentes tipos de movimientos diferenciados en el tiempo y en los puntos de control (Sanjosé et al. 2006a y 2007).

Las diferentes técnicas geomáticas que se han aplicado a lo largo de este tiempo y que han permitido determinar el dinamismo del glaciar rocoso han sido:

- Empleo de estación total y geodesia con aplicación de GPS diferencial, que han permitido el seguimiento de un total de 27 puntos fijos (varillas metálicas)

² Aquí finaliza la introducción geográfica realizada por D. Antonio Gómez Ortiz.

distribuidos por igual en su tramo frontal, medio y final. También con estación total se controlaron varios perfiles transversales y longitudinales, así como el contorno del glaciar rocoso.

- Empleo de estación total sin prisma y apoyo de imágenes fotográficas para el seguimiento del frente del glaciar rocoso, a partir del control de puntos fijos relevantes en bloques (figura 4.9).

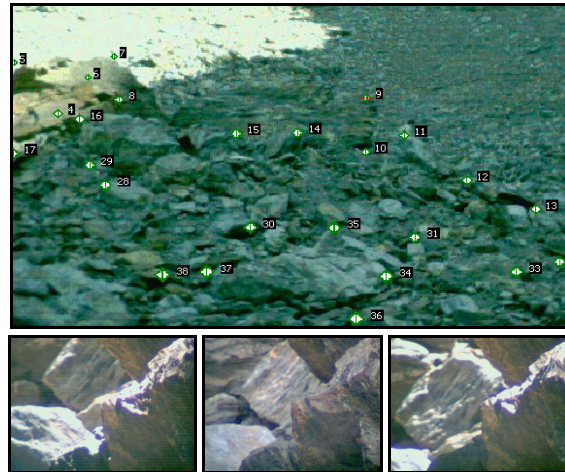


Figura 4.9: Fotografía superior, imagen general del frente del glaciar rocoso captada con estación total. Fotografías inferiores, detalles del mismo punto durante los años 2006, 2007 y 2008.

- Uso combinado de distintos métodos de fotogrametría para la obtención de cartografía de detalle (figura 4.10). En este apartado se encontrarían los experimentos realizados en esta tesis doctoral.

4. Experimentos



Figura 4.10: Punto de control utilizado en fotogrametría y toma de fotografías en el pico del Veleta.

- Utilización del láser escáner para el control preciso de sectores de interés y cartografiado del conjunto del glaciar (figura 4.11).



Figura 4.11: Toma de datos con laser escáner.

El resultado de todas estas técnicas ha dado como resultado la obtención de diversos tipos de cartografía, así como valiosa información acerca del desplazamiento de los diferentes bloques del glaciar. A continuación, se incluye la tabla 4.1, con información del desplazamiento del glaciar desde 2001, así como la figura 4.12, donde se representa la evolución de dos perfiles topográficos del glaciar a lo largo de los años en que se ha realizado la monitorización del mismo. Ambos resultados dan una idea bastante precisa de su movimiento.

PUNTOS	2001-2002	2002-2003	2003-2004	2004-2005	2005-2006	2006-2007	2007-2008
Frente (2,3,6)	8.0 / -17.3	13.9 / -35.5	3.7 / -11.0	24.9 / -63.9	18.6 / -46.6	19.5 / -47.00	11.7 / -43.5
Centro (10,11,12,13)	2.2 / -18.1	4.5 / -29.4	2.1 / -8.9	11.6 / -81.8	5.7 / -46.6	13.5 / -41.8	5.6 / -37.9
Cola (20,21)	40.7 / -63.2	39.4 / -63.6	21.5 / -35.6	60.8 / -97.3	40.2 / -71.8	46.2 / -57.6	36.0 / -64.8

Tabla 4.1: Desplazamiento medio (por sectores) planimétrico / altimétrico en cm

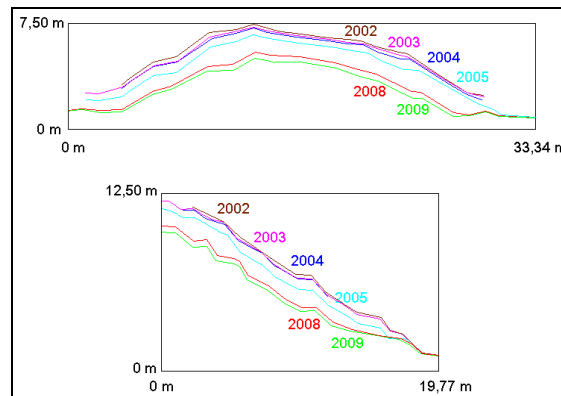


Figura 4.12: Evolución perfiles transversales (imagen superior) y longitudinal (imagen inferior) del glaciar rocoso

Utilización de la metodología propuesta.

En este apartado se detalla cómo ha sido el uso de la metodología propuesta en el glaciar del corral del Veleta. Se inicia con los datos de partida con los que se contó, para después explicar cómo ha sido la aplicación de cada una de las fases de la metodología. En cada fase se indican además los experimentos realizados para verificar la precisión de los resultados obtenidos. Estos experimentos se indican con numeración romana.

Datos de partida

Tal y como se ha explicado, la toma de fotografías necesaria en estos experimentos se realizó con el modelo de cámara Canon EOS 5D. Se han realizado tres campañas para la obtención de datos, durante los años **2007, 2008 y 2009**. No ha sido posible obtener información ni en 2010, ni en 2011, por estar el glaciar cubierto de nieve durante todo el verano. De manera que, las imágenes con las que se contó son las siguientes:

- En **2007** se obtuvieron 9 imágenes utilizando la única lente disponible en aquel momento, la focal fija de 35 mm.

4. Experimentos

- En **2008**, ya se contó con la otra lente de focal fija, la de 100 mm, por lo que se obtuvieron dos baterías de imágenes. Un conjunto de 9 imágenes con la focal de 35 mm y otras 9 con la focal de 100 mm.
- Por último en **2009**, se contó de nuevo con ambas focales y se obtuvieron los mismos dos conjuntos, de 9 imágenes con el 35 mm y de otras 9 con el 100 mm. Además de estas imágenes obtenidas en el pico Veleta, se añadieron otras 6 imágenes tomadas desde una morrena situada en frente del pico, pero con una distancia mucho menor al glaciar. Este punto de vista no nos permite hacer una buena reconstrucción del glaciar. Sin embargo, estas imágenes se hicieron con el objeto de rellenar las zonas de oclusiones que quedaban con el resto de imágenes.
- Ni en 2010, ni en 2011 se pudieron obtener fotografías, puesto que la nieve no desapareció en todo el verano.

Además de estas imágenes de 2007 a 2009. Se contó con dos campañas anteriores, concretamente del 2003 y del 2005, obtenidas utilizando la cámara analógica Rollei 6008, con su consecuente digitalización. Con estas imágenes no fue posible llevar a cabo un proceso de reconstrucción, pero si fueron útiles en el apartado en el que se trata el emparejamiento de imágenes históricas.

Por tanto, el primer conjunto de datos (y más importante en cualquier proyecto fotogramétrico) es este conjunto de imágenes, que como se ha indicado se tomaron desde el mejor punto de vista disponible, el pico del Veleta. En la figura 4.18 se incluye un esquema donde se indican los puntos de vista desde donde se tomaron las fotografías del objeto a cartografiar (en este caso el glaciar rocoso). En las figuras 4.13 y 4.14 se muestran ejemplos de imágenes tomadas con el objetivo de 35mm y el de 100 mm respectivamente.



Figura 4.13: Ejemplo de imágenes realizadas con el objetivo de 35mm (2007)



Figura 4.14: Ejemplo de imágenes realizadas con el objetivo de 100mm (2008)

Además de las imágenes utilizadas, se contó con un conjunto de puntos de control, necesarios para calcular la orientación externa de las cámaras. En la figura 4.15 se muestra un ejemplo de los puntos de control utilizados. De estos puntos de control se conocen las coordenadas 3D. Con estos datos se calcula los datos de orientación externa, es decir, la rotación y traslación de las cámaras. Es importante indicar que el sistema de coordenadas que se utiliza para medir los puntos de control (mediante el

4. Experimentos

instrumental topográfico) es aquel respecto al que se tienen todos los puntos obtenidos en la reconstrucción 3D.

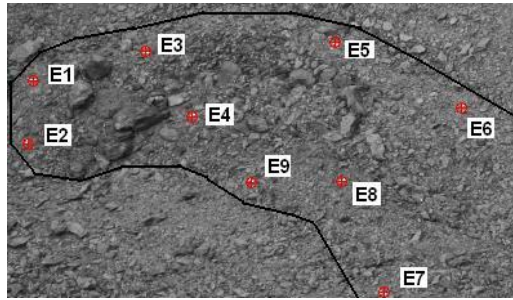


Figura 4.15: Esquema de situación de los puntos de control (2008)

Por último, también se contó con otros datos, obtenidos con instrumental topográfico, al igual que los puntos de control. En concreto, en las campañas de 2008 y 2009 se tomaron los perfiles marcados en la figura 4.20. Estos perfiles se han utilizado para comprobar los resultados obtenidos en este capítulo de experimentos.

Con todos estos datos (imágenes, puntos de control, perfiles de comparación) se calcularon las reconstrucciones tridimensionales de cada campaña siguiendo la metodología propuesta.

Calibración interna

La metodología, por tanto, comienza con un primer bloque dedicado al cálculo de los datos de las cámaras. En la primera fase de este bloque se realizaba una calibración de los datos intrínsecos de la cámara. De esta fase se obtienen los datos de distancia focal, punto principal y distorsiones radiales y tangenciales. En la tabla 4.2 se incluyen un ejemplo de calibración de este tipo. En concreto son los datos que se obtuvieron de la cámara Canon EOS 5D con el objetivo de 35 mm, y que se utilizaron durante los experimentos.

Cámara Canon EOS 5D con objetivo 35 mm	
Formato teórico del CCD (x,y)	35.94x23.927 (mm)
Tamaño teórico del píxel (x,y)	8.228x8.217 (micras)
Formato real del CCD (x,y)	35.940x23.927 (mm)
Tamaño real del píxel (x,y)	8.228x8.217 (micras)
Distancia principal (mm)	102.390
x_w (mm)	0.7698
y_w (mm)	-1.7387
<i>Distorsión radial</i>	
K1	-2.21492881E-05
K2	-2.44968630E-08
K3	1.50604556E-11
<i>Distorsión por descentramiento</i>	
P1	-1.91504749E-05
P2	0.00000000E+00

Tabla 4.2: Datos de calibración de la cámara Canon EOS 5D.

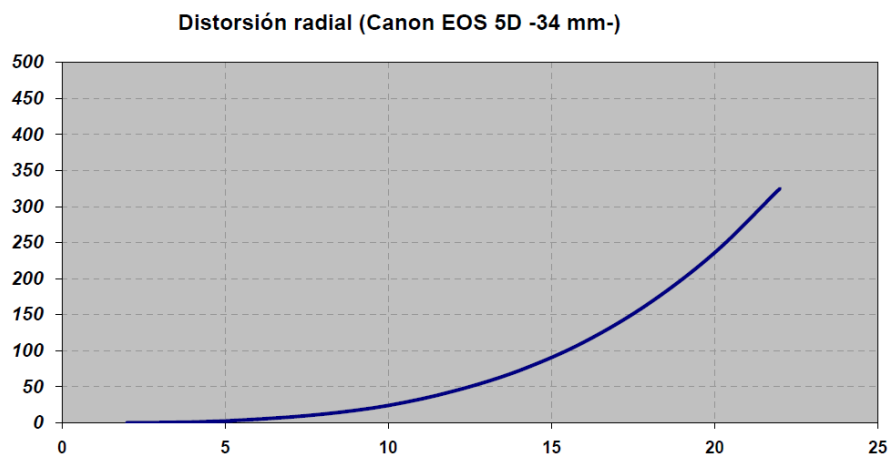


Figura 4.16: Gráfico de distorsión del objetivo 35 mm.

Orientación externa

Experimento I – Emparejamientos SIFT

Este primer experimento se realizó para comprobar que cantidad de emparejamientos SIFT se obtienen en diferentes pares de imágenes. Se eligieron varios pares de imágenes de forma aleatoria de entre las imágenes de la campaña de 2008. Para cada imagen se obtuvieron sus descriptores SIFT y en cada par se buscaron los puntos homólogos atendiendo a la similaridad de sus descriptores. De esta forma se obtuvieron una serie de emparejamientos entre las imágenes del par. En la tabla 4.3 se incluyen los resultados obtenidos.

4. Experimentos

Par	Descriptores SIFT en la imagen 1	Descriptores SIFT en la imagen 2	Emparejamientos obtenidos
1-5	136.232	94.775	17.542
2-7	101.341	82.381	12.302
3-9	142.831	115.847	18.405
5-7	94.775	82.381	11.068

Tabla 4.3: Emparejamientos SIFT obtenidos en varios pares de imágenes de 2008

Además, en la figura 4.17 se representa una muestra de los emparejamientos para el par 1-5. Entre las dos tomas había una separación de 31,96 metros. Se utilizó SIFT para extraer los puntos clave con los que se trató de realizar los emparejamientos. Tal y como se muestra en la tabla 4.3 se obtuvieron 136.232 puntos candidatos de la imagen 1 y 94.775 de la imagen 5. Se obtuvieron 17.542 puntos homólogos. Cada cruz azul de la figura corresponde con un punto para el que se encontró otro homólogo en la otra imagen del par. El contorno negro indica la zona donde se encuentra el glaciar rocoso.

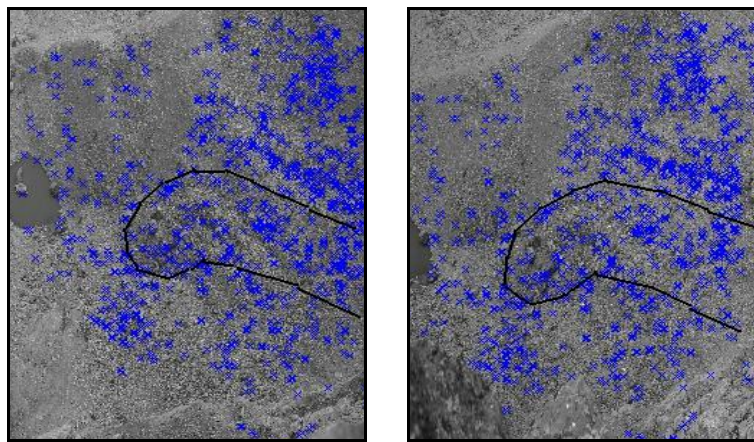


Figura 4.17: Ejemplo de emparejamientos de SIFT (marcados con cruces azules) en un par de imágenes del glaciar del Veleta (2008).

Se observa para cada par de imágenes un número de emparejamientos en torno a los 15.000. Estos emparejamientos permiten calcular una primera superficie de la escena, aunque de poca densidad de puntos 3D.

Experimento II – Porcentaje de outliers con RANSAC

Del conjunto de emparejamientos obtenidos con SIFT hay que eliminar aquellos que no cumplan la restricción epipolar. Para ello se calcula la matriz fundamental. Aquellos emparejamientos que no cumplan esta restricción son eliminados. Para el cálculo de la matriz fundamental se utilizó un método robusto como es RANSAC. Al aplicarlo al conjunto de todos los emparejamientos éstos se dividen en *inliers* (aquellos que están de acuerdo con el ajuste final) y *outliers* (aquellos que no lo están). En la tabla 4.4 se muestra el número de *outliers* y su porcentaje respecto al número total de emparejamientos. El experimento se hizo para los mismos pares de imágenes que en el experimento I.

Par	Emparejamientos obtenidos	Nº de <i>outliers</i>	Porcentaje de <i>outliers</i>
1-5	17.542	2	0,011 %
2-7	12.302	3	0,024 %
3-9	18.405	5	0,027 %
5-7	11.068	10	0,090 %

Tabla 4.4: Emparejamientos SIFT obtenidos en varios pares de imágenes de 2008

Se observa en la tabla como el porcentaje de outliers es muy bajo (siempre por debajo del 1%). Esto lleva a dos conclusiones. Por un lado se puede considerar que existe una homogeneidad en cuanto a los emparejamientos que nos proporciona el método SIFT, ya que en un porcentaje muy alto los emparejamientos se ajustan correctamente a la restricción epipolar (representada mediante la matriz fundamental). Por otro lado se puede concluir que la utilización de este paso en la metodología no es importante para este experimento.

Experimento III – Error de reproyección en la orientación externa

El cálculo de las cámaras se completa con la orientación externa. Esto es, una fase donde se obtengan la traslación y rotación de las cámaras respecto del objeto a cartografiar. Este proceso se realiza con un método de ajuste de rayos partiendo de un conjunto de puntos 3D conocidos de la escena. Los puntos en este caso son los que se han medido utilizando instrumental topográfico y geodésico. Son puntos que se pueden

4. Experimentos

considerar de error casi despreciable (el error no es mayor de 3 cm), sobre los que apoyar los cálculos. Además se pueden detectar de forma sencilla en las imágenes.

Por tanto, con las coordenadas 3D (X, Y, Z en metros) conocidas de estos puntos y las coordenadas 2D (X, Y en píxel) de los mismos se realiza el proceso de ajuste. Lo que se obtiene son los datos de traslación y rotación de cada una de las cámaras.

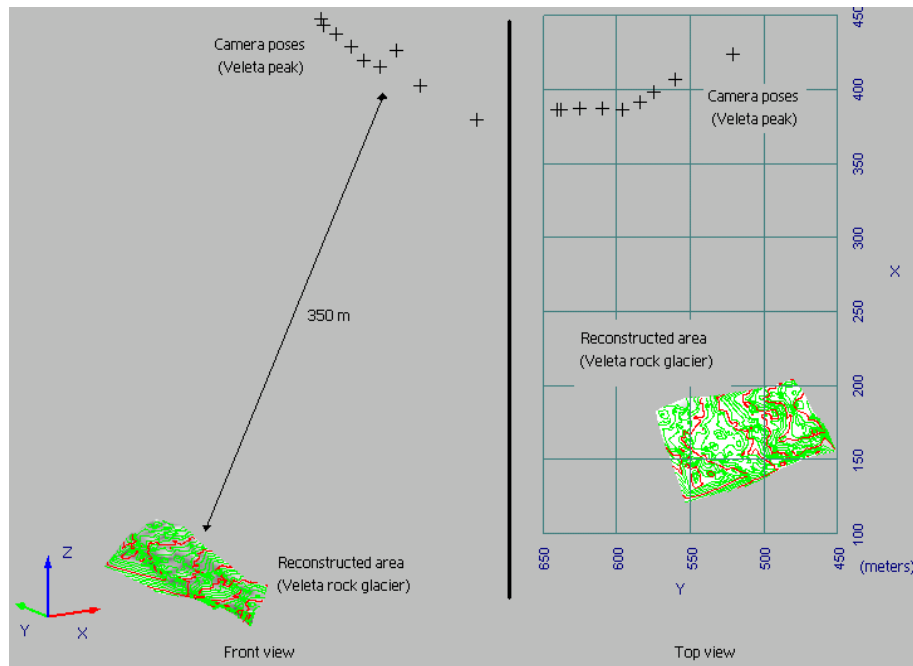


Figura 4.18: Orientación externa calculada. Posición de las cámaras respecto al glaciar (2008).

Como prueba de la bondad de los datos obtenidos en el ajuste, se realizó un cálculo del error de reproyección. Se proyectaron (utilizando las traslaciones y rotaciones obtenidas) un conjunto de puntos 3D en las imágenes (distintos de los utilizados en el ajuste), y se midió la distancia de estas proyecciones con sus coordenadas píxel reales. La distancia que se obtiene nos da una buena idea de la calidad de la orientación externa calculada. En la tabla 4.5, se incluye un ejemplo de este error de reproyección. En concreto el que se obtuvo en la orientación externa con los datos de 2008.

	Medía (en píxels) respecto de los puntos {E1, ..., E9}
Cámara 1	0.687
Cámara 2	0.434
Cámara 3	0.535
Cámara 4	0.382
Cámara 5	0.529
Cámara 6	0.403
Cámara 7	0.449
Cámara 8	0.425
Cámara 9	0.631
Media de todas las cámaras (en píxels)	0.497

Tabla 4.5: Error de reproyección (en píxels) tras la orientación externa (2008)

Obtención de una superficie previa

En el segundo bloque de la metodología se comienza a calcular información 3D de la escena. Se obtiene una primera superficie 3D necesaria para el cálculo de los mapas densos de profundidad. En este bloque juegan un papel esencial los emparejamientos obtenidos con SIFT.

Con los datos conocidos en relación a las cámaras y mediante un proceso de triangulación se obtiene un primer conjunto de puntos 3D, con poca densidad. Para cada emparejamiento se obtiene un punto 3D. Por último, para que este conjunto de puntos 3D conformen una superficie tridimensional, se realiza una triangulación de Delaunay.

Experimento IV – Obtención de superficies TIN.

En este caso se ha utilizado la implementación que de este algoritmo se hace en el software Matlab®. El resultado, por tanto, de este bloque es una superficie triangulada o también denominada TIN (del inglés, *triangular irregular network*). En la figura 4.19 se incluye un ejemplo de las obtenidas para la campaña 2008.

4. Experimentos

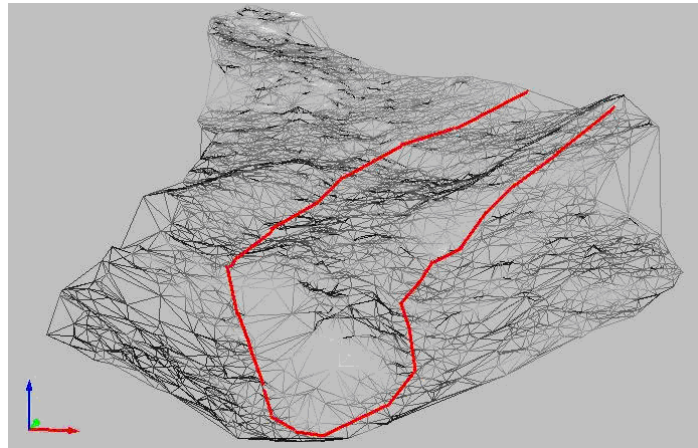


Figura 4.19: Ejemplo de TIN del glaciar del Veleta (2008)

Experimento V – Comparación del modelo con perfiles medidos con GPS

Para llegar a tener constancia de la precisión que tiene esta superficie triangulada se utilizaron los perfiles tomados en campo con GPS. En concreto se contrastaron los datos obtenidos a partir de las imágenes de 2008 (pares 1-5, 2-7, 3-9, 5-7) con los perfiles medidos en GPS, que como ya se comentó tienen una precisión en torno a los 3 cm. En la figura 4.20 se muestra un ejemplo de esta comparación. En el centro de la imagen aparece el contorno del glaciar rocoso donde se indican los 5 perfiles utilizados, 4 transversales (A-B, C-D, E-F, G-H) y uno longitudinal en el frente del glaciar (I-J). En cada representación de los perfiles se muestra el tomado con GPS (en color negro) y el obtenido con la metodología propuesta (en color azul). Se pueden observar diferencias en un intervalo de entre 10 y 15 cm.

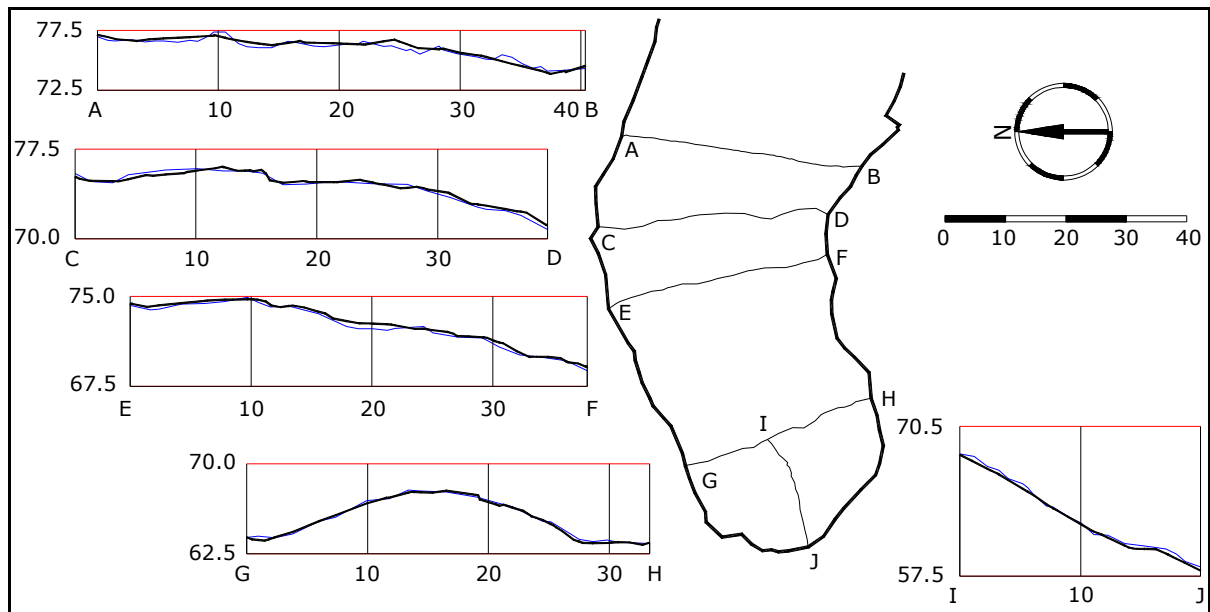


Figura 4.20: Comparación con los 5 perfiles tomados con GPS (2008). En color negro se representan los perfiles tomados con GPS y en azul los obtenidos con la metodología propuesta

Se pueden observar diferencias en un intervalo de entre 10 y 15 cm. Por tanto, la superficie obtenida tiene la suficiente precisión como para su uso como estimación de la profundidad en la siguiente fase de la metodología

Mapas densos de profundidad

La reconstrucción final consiste en generar un conjunto de mapas densos de profundidad. Las tomas con las que se cuentan en cada campaña se organizan en grupos de 4 imágenes (una imagen de referencia y 3 imágenes vecinas). De cada grupo de 4 imágenes se obtiene un mapa denso de profundidad. En la figura 4.21 se muestran las nueve tomas de 2008. La distancia máxima entre las tomas es de 150 m. En 2008 se obtuvieron 4 mapas densos de profundidad (representados en rojo, azul, verde y naranja). Se procuró elegir tomas contiguas (con una menor distancia entre ellas), por sus mejores resultados en la correlación de imágenes. En la tabla 4.6 se indican que tomas se utilizaron en cada mapa de profundidad.

4. Experimentos

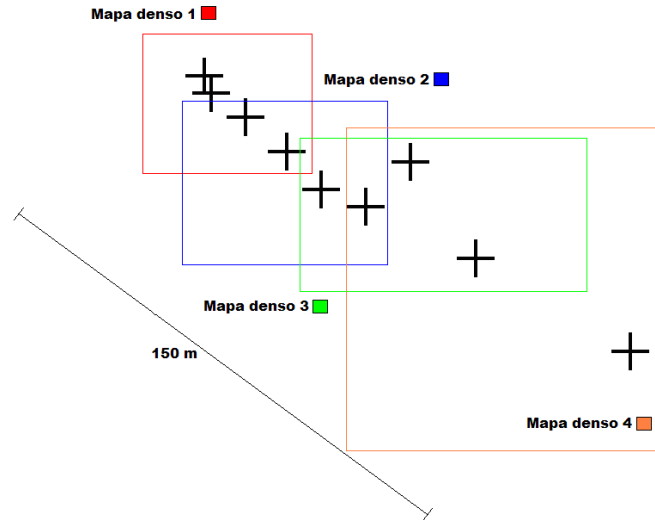


Figura 4.21: Partición de las nueve tomas en 4 mapas densos (2008)

Mapas	Imágenes
Mapa 1 ●	1, 2, 3, 4
Mapa 2 ●	3, 4, 5, 6
Mapa 3 ●	5, 6, 7, 8
Mapa 4 ●	6, 7, 8, 9

Tabla 4.6: Imágenes utilizadas en cada uno de los mapas de profundidad calculados (2008)

En el capítulo anterior se explicó el método para el cálculo de los mapas densos de profundidad. A continuación se especifican algunos parámetros utilizados para la reconstrucción 3D que se deben adaptar a esta escena donde se experimentó el método. Entre estos parámetros están los siguientes:

- Δ_{depth} : Incremento de profundidad. Es un parámetro muy importante puesto que determina la resolución en la búsqueda de profundidad. Para este experimento se utilizaron valores entre 10 cm y 1m (Goesele 2006).
- *thresh*: Es el umbral que determina cuando un valor de NCC (Valor de correlación cruzada normalizada), entre dos puntos, es válido o no. Los umbrales que se utilizaron son los que se proponen en (Goesele 2006), entre 0,6 y 0,8.
- *k*: Número de vecinos. Para el cálculo de un mapa denso de profundidad se ha de elegir una imagen de referencia con un conjunto de imágenes vecinas con las que calcular valores de correlación. Para los resultados que se han obtenido en el glaciar del Veleta se utilizaron una imagen de referencia con 3 imágenes vecinas.

- Superficie 3D previa. El método que se utiliza para calcular los mapas densos de profundidad exige la elección de un intervalo donde buscar la profundidad correcta para cada caso. Se entiende en este caso por profundidad a la distancia entre la cámara y el objeto a cartografiar. En este experimento se partió de una superficie 3D ya conocida. Se ha explicado en el apartado anterior su obtención. Esta superficie 3D previa sirve de referencia en torno a la cual establecer el intervalo para la búsqueda de los valores de profundidad. Se utilizó un rango de 20 metros alrededor de esta superficie. De esta forma se elige el intervalo de búsqueda de profundidad relativo a esta superficie y no en términos absolutos. De no utilizar esta superficie previa, se debería utilizar, según las pruebas realizadas, un intervalo de entre 220 y 360 metros de profundidad. Estas cifras tienen que ver con el rango de profundidades en las que podemos encontrar puntos a reconstruir del glaciar. Al utilizar la superficie previa se reduce hasta siete veces el coste computacional de la búsqueda de profundidad (se pasa de un intervalo de 140 metros a tan sólo 20 metros).
- 2 niveles de estructura piramidal. Para este ejemplo se eligieron dos niveles. El primer nivel se eligió del doble de tamaño que el segundo. Como ya se explicó en el capítulo anterior, el objeto de esta estructura piramidal es reducir también el coste computacional del algoritmo. Se reduce a la mitad el número de píxeles para los que se calcula un valor de profundidad.

Experimento VI – Puntos obtenidos para cada mapa de profundidad

Tras el uso del algoritmo con el conjunto de imágenes de una campaña se puede obtener un mapa denso de profundidad por cada imagen. En principio si el proceso de correlación fuera infalible, para cada píxel de la imagen se encontraría una profundidad con un valor de correlación lo suficientemente alto, entonces con imágenes de 4368x2912 píxeles se deberían obtener 12.719.616 puntos 3D. Sin embargo, hay puntos para los que no se puede encontrar la profundidad ya que el valor de correlación no es lo suficientemente alto. En la tabla 4.7 se incluyen los resultados obtenidos sobre el área de interés de la fotografía, no sobre todos los píxeles de la imagen. En este caso el área de interés son los bloques que forman el glaciar rocoso.

4. Experimentos

Mapas	Puntos que forman el área de interés	Puntos para los que se calculó la profundidad	Porcentaje de puntos válidos
Mapa 1 ● (2008 – 100mm)	5.760.000	5.225.472	90,72%
Mapa 2 ● (2008 – 100mm)	5.250.000	4.956.613	94,41%
Mapa 3 ● (2008 – 100mm)	5.400.000	5.068.121	93,85%
Mapa 4 ● (2008 – 100mm)	5.600.000	5.482.869	97,91%
Mapa 5 (2007 – 35mm)	980.000	780.000	79,59%

Tabla 4.7: Puntos obtenidos en cada mapa de profundidad.

Por tanto los mapas densos que se calcularon tenían una cantidad, por cada mapa denso, de aproximadamente 800.000 puntos 3D para las imágenes tomadas con el objetivo de 35 mm y 5.000.000 de puntos 3D para las imágenes tomadas con el objetivo de 100 mm (por su mayor resolución). Además, la probabilidad de encontrar un valor de profundidad en un determinado punto es muy alta, superior al 90% para los mapas de profundidad calculados con imágenes del objetivo de 100mm y en torno al 80% para las imágenes del objetivo de 35mm.

Experimento VII – Error de reproyección de los mapas de profundidad en los puntos de control.

Por regla general es difícil hacer un cálculo cuantitativo del error de un modelo 3D con esta densidad de puntos. Entre otras cosas porque no se dispone de un modelo real con el mismo nivel de detalle con el que hacer la comparación. No obstante, sí que se dispone de puntos medidos mediante instrumental topográfico, con los que es útil la comprobación. Tomando 10 puntos que han sido medidos de esta forma (PT1, PT2, PT3, ..., PT10) y calculando el error de reproyección se obtiene una comprobación que nos indica la calidad del modelo obtenido. Concretamente se tomó un mapa denso de profundidad calculado con las imágenes y los datos de 2008. El error de reproyección se obtuvo al aplicar el algoritmo de reconstrucción densa para cada uno de los 10 puntos. Se midieron las distancias entre la situación real de los puntos (obtenidos proyectando los puntos 3D en las imágenes mediante las matrices de las cámaras) y la situación de los puntos mediante la situación de estos después de reproyectar, en las 4 imágenes con las que se calcula el mapa denso. En la tabla 4.8 se incluyen los resultados de estas medidas. Además se situó cada uno de esos 10 puntos (PT1, PT2,..., PT10) en el mapa de profundidad, obteniendo su situación en coordenadas 3D. Calculando la distancia

euclídea entre estas coordenadas 3D, calculadas en el mapa de profundidad y la situación real de los puntos 3D, calculada mediante el instrumental topográfico, se obtiene también un error de precisión en centímetros. En la tabla 4.9 se muestran estos errores de precisión.

	Img1	Img2	Img3	Img4	Media (pixels)
PT 1	0,05	0,06	0,28	0,58	
PT 2	0,05	0,03	0,10	0,22	
PT 3	0,06	0,14	0,63	1,20	
PT 4	0,01	0,01	0,03	0,07	
PT 5	0,05	0,14	0,59	1,14	
PT 6	0,08	0,26	1,08	1,20	
PT 7	0,07	0,18	0,77	1,17	
PT 8	0,08	0,09	0,42	0,85	
PT 9	0,10	0,05	0,24	0,50	
PT 10	0,02	0,01	0,05	0,10	
Media	0,057	0,097	0,419	0,703	0,319

Tabla 4.8: Error de reproyección de puntos terreno en píxel (2008)

Puntos 3D	Error (cm)
PT 1	27,23
PT 2	25,29
PT 3	24,68
PT 4	32,34
PT 5	35,82
PT 6	26,88
PT 7	39,02
PT 8	31,92
PT 9	32,65
PT 10	20,06
Media	29,59

Tabla 4.9: Error de reproyección de puntos terreno en cm (2008)

Se puede observar en la tabla 4.8 como el error máximo puede llegar a los 1,20 píxeles y el error medio se encuentra en torno a los 0,3 píxeles, un error bastante aceptable. En la tabla 4.9 se puede analizar cómo este error en píxeles se traduce en errores en torno a los 29,59 cm de media, con errores máximos de 39,02 cm.

Al finalizar esta fase final de la reconstrucción se cuenta con una serie de mapas densos de profundidad, con gran cantidad de puntos. Con toda esta nube de puntos sólo restan las tareas típicas de postproceso. En primer lugar, como ya se trató en el capítulo de metodología, un proceso para unir todas las superficies 3D obtenidas, para que así el

4. Experimentos

resultado sea un solo modelo de cada campaña. De este modelo final se podrán obtener todo tipo de productos finales:

- Perfiles.
- Contornos.
- Mapas de curva de nivel.
- Ortofotos.
- Etc.

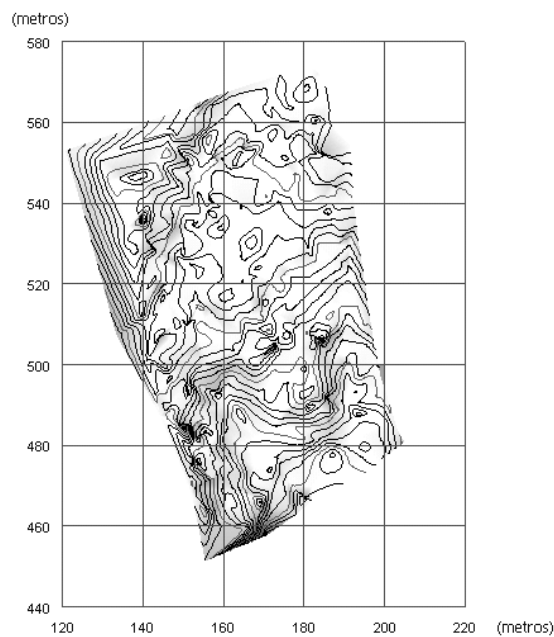


Figura 4.22: Mapa de curvas de nivel del glaciar (2008)

Dense flow vectors (2007 – 2009)

La última fase de esta metodología es el cálculo del desplazamiento de bloques. Como se dijo en el capítulo anterior, la técnica utilizada en esta propuesta son los *dense flow vectors*. La técnica consta de dos fases. Una primera fase de emparejamiento de imágenes de diferentes campañas (utilizando SIFT) y una segunda fase donde se asocian esos emparejamientos a la información 3D de que se dispone. Ya se han calculado los mapas densos de profundidad de este ejemplo (glaciar del Veleta), por tanto, si se consiguen puntos homólogos entre imágenes de diferentes campañas y además, imágenes de las que se ha calculado un mapa denso de profundidad, se pueden conseguir los *dense flow vectors*, es decir, un conjunto de parejas de puntos 3D. Cada

pareja representa la situación de un punto del glaciar en una primera campaña y su situación en una campaña posterior.

Para el cálculo de los *dense flow vectors* se partió de las campañas de 2007 y 2009. Como ya se ha indicado, en 2007 se contaba con imágenes tomadas con un objetivo de 35 mm y en 2009 con imágenes tomadas con objetivos de 35 y 100 mm (ambas campañas con la cámara ya referida Canon EOS 5D).

Experimento VIII – Número de emparejamientos en pares 2007 – 2009

Como se explicó en el capítulo referente a la metodología, el primer paso consiste en utilizar el método SIFT para obtener puntos homólogos entre la imagen seleccionada del año 2007 y la imagen seleccionada del año 2009. Este experimento se realizó para comprobar que cantidad de emparejamientos podemos encontrar entre las imágenes de 2007 y las de 2009 y que porcentaje de estos son correctos. La verificación de los emparejamientos se realizó de forma visual con una muestra aleatoria de éstos (uno de cada cuatro). Se comprobó si cada uno de ellos era correcto, es decir, si el punto encontrado era el mismo en las dos imágenes del par. En la tabla 4.10 se muestran los emparejamientos obtenidos, el número de elementos de la muestra aleatoria y el porcentaje de resultados correctos para 4 pares de imágenes 2007-2009.

Pares 2007-2009	Nº emparejamientos	Muestra	Porcentaje emparejamientos correctos
<i>[2-2007] – [6-2009]</i>	413	103	90,80%
<i>[1-2007] – [2-2009]</i>	459	114	82,79%
<i>[4-2007] – [2-2009]</i>	352	88	90,91%
<i>[6-2007] – [6-2009]</i>	379	94	92,61%

Tabla 4.10: Emparejamientos obtenidos en pares de imágenes 2007-2009

En la figura 4.23 se puede observar un ejemplo de este tipo de emparejamientos. Con cruces azules se representan los puntos homólogos encontrados y en color rojo se indica el contorno del glaciar. En concreto para estas dos imágenes se encontraron 413 emparejamientos.

4. Experimentos

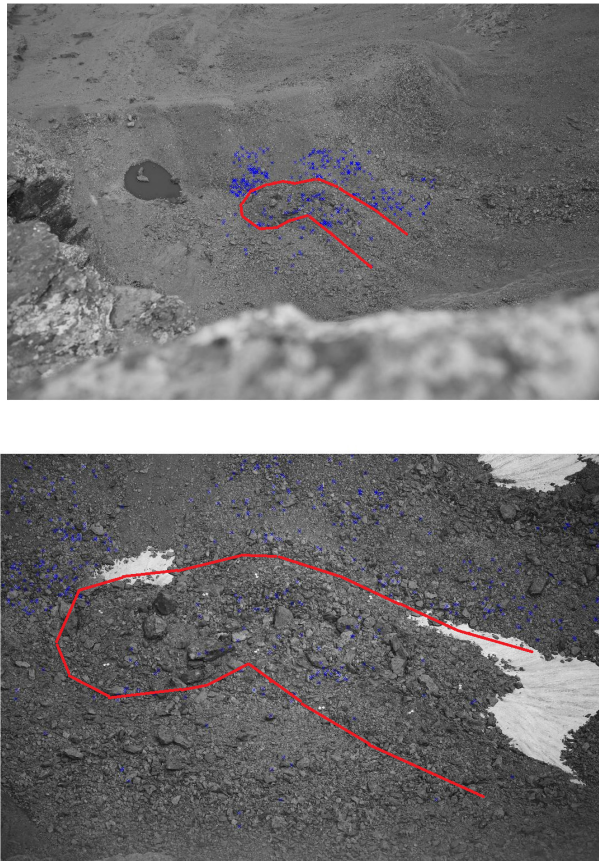


Figura 4.23: Emparejamientos 2007-2009

A pesar del tiempo transcurrido entre las dos tomas y los cambios de iluminación y escala producidos, se obtienen una buena cantidad de puntos homólogos. Además el porcentaje de emparejamientos correctos es también suficientemente alto (entre el 80 y el 90%). Por tanto, el emparejamiento con el método SIFT se puede considerar como aceptable para la obtención de los vectores de flujo.

Una vez conseguidos los emparejamientos entre ambas campañas es el momento de relacionar cada uno de ellos con la información 3D disponible (mapas densos de profundidad de las dos imágenes). Por tanto se consiguieron parejas de puntos 3D. Cada pareja consta de la situación de un punto del glaciar en 2007 y su situación en 2009. Con estas parejas se pueden calcular, desplazamientos en altura (Z), es decir, cuanto ha bajado un bloque del glaciar, o desplazamientos en el plano X - Y .

El problema es que entre las campañas 2007 y 2009 (las más extremas de que se dispone) la información que se obtiene no es demasiado significativa. El desplazamiento del glaciar medido entre 2007 y 2009 (mediante instrumental topográfico) se sitúa en un intervalo de entre 15 y 20 cm (en el plano X - Y), y como ya

se mencionó, el error de los modelos 3D obtenidos se sitúa en torno a los 30-40 cm. Por tanto la información que se obtiene en este caso no es válida.

Sería necesario disponer de campañas posteriores a 2009 para que el desplazamiento del glaciar sea superior al error registrado. Se ha explicado que desde 2009 no se ha podido medir en el glaciar del Veleta, ni en 2010 ni en 2011, puesto que la nieve cubrió durante esos dos veranos toda su superficie. Es por esto que se adoptó la decisión de simular esos mayores desplazamientos con la información de que se dispone.

Lo que se ha hecho ha sido introducir en la campaña de 2009 un mayor desplazamiento (ficticio) del que se obtuvo. Este desplazamiento añadido se estimó teniendo en cuenta los desplazamientos observados en el glaciar en un período de 5 años cualquiera. De esta forma se estima un posible modelo para 2012. En vez de calcular el desplazamiento 2007-2009, se hizo para el posible desplazamiento 2007-2012. Para comprobar los resultados para este posible desplazamiento se han realizado dos experimentos. Por un lado se han estudiado las posibilidades de SIFT para el emparejamiento entre campañas con una diferencia mayor de los 2 años, en concreto entre imágenes de 2003 y 2009. Por el otro se ha calculado el modelo ficticio de 2012 con el fin de observar que resultados se obtienen con desplazamientos suficientes.

Emparejamiento entre campañas (2003 – 2009)

Experimento IX – Emparejamientos obtenidos en pares 2003 – 2009

Este experimento pretende averiguar qué resultados se obtienen al utilizar el método SIFT con imágenes de un periodo mayor de 5 años. Se ha explicado que se dispuso únicamente de las campañas 2007, 2008 y 2009, tomadas con la cámara Canon EOS 5D, sin embargo también se dijo que se contaba con las campañas 2003 y 2005 tomadas con la cámara analógica Rollei. Las pruebas realizadas consisten en utilizar las imágenes tomadas con cámara analógica en 2003 y las tomadas con la cámara digital en 2009. El objetivo es comprobar como funciona el método SIFT cuando se emparejan imágenes con una distancia mayor en el tiempo (en este caso seis años). Se han elegido 3 pares de imágenes 2003-2009. Para cada uno de ellos se han buscado sus puntos homólogos con SIFT. Además, se ha elegido un muestreo de éstos para comprobar

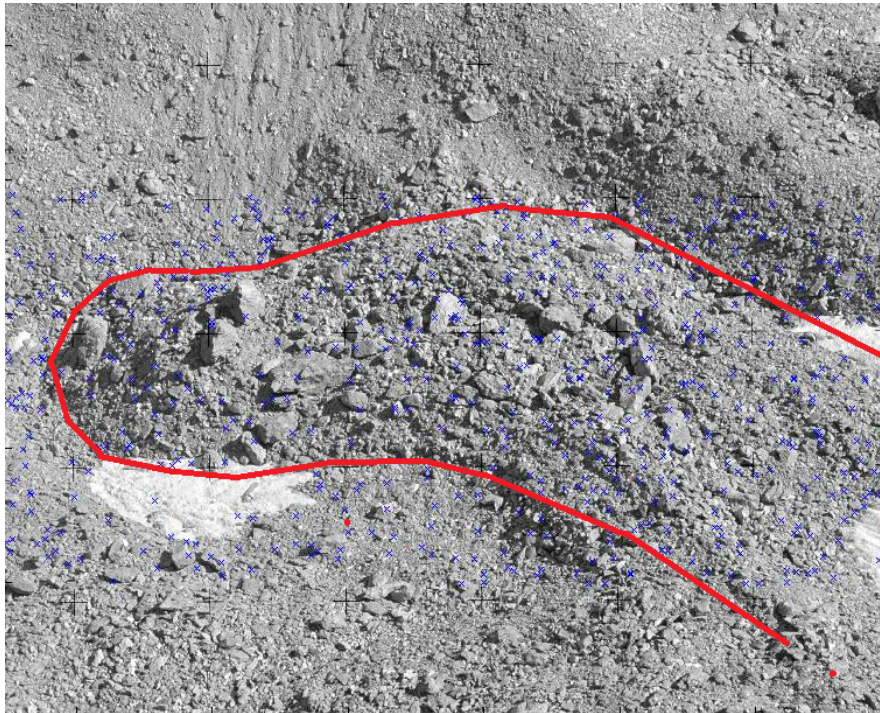
4. Experimentos

cuántos se pueden considerar correctos. En la tabla 4.11 se muestra toda esta información.

Pares 2003-2009	Nº emparejamientos	Muestra	Porcentaje emparejamientos correctos
[2-2003] – [6-2009]	526	105	71,43%
[3-2003] – [6-2009]	613	122	77,86%
[5-2003] – [6-2009]	575	115	60,87%

Tabla 4.11: Emparejamientos obtenidos en pares de imágenes 2003-2009

En la figura 4.24 se muestra un ejemplo de estos emparejamientos. La primera imagen es de la campaña de 2003 y la segunda de la de 2009. Las cruces azules representan puntos homólogos entre las dos imágenes. En color rojo se resalta el contorno del glaciar rocoso.



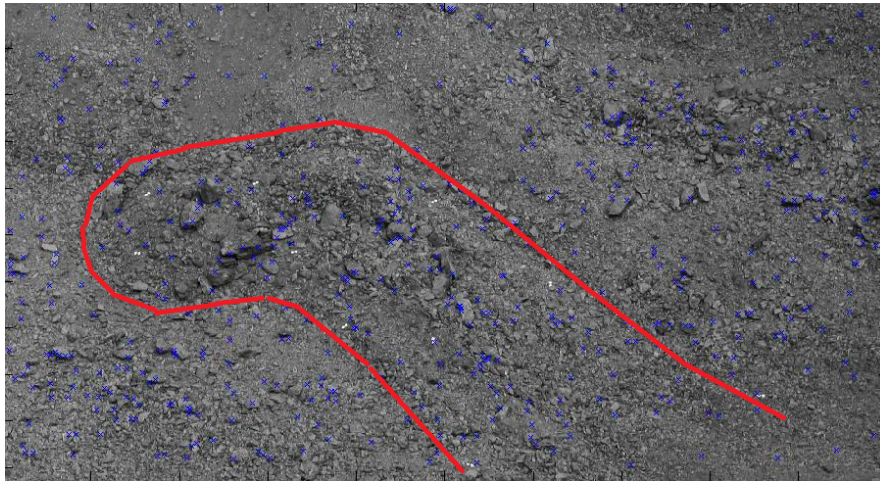


Figura 4.24: Emparejamiento entre imágenes de 2003 y 2009.

Los resultados fueron bastante aceptables. Se han obtenido gran cantidad de puntos homólogos y buenos porcentajes de acierto, evidentemente inferiores a los pares de imágenes con tan sólo 2 años de diferencia (2007-2009).

Dense flow vectors (2007 – 2012)

Experimento X – Vectores de flujo utilizando un modelo ficticio de 2012

Con el experimento anterior se ha mostrado el resultado de emparejar puntos en períodos de más de 5 años, en concreto entre 2003 y 2009. En este experimento la idea es crear un modelo de una posible campaña de 2012, para así comprobar que resultados se obtendrían cuando se tratan de medir desplazamientos mayores.

En primer lugar, lo que se obtuvo fue una estimación del desplazamiento del glaciar en un período cualquiera de 5 años. Para ello se utilizaron los desplazamientos medidos mediante técnicas topográficas. Se seleccionó un periodo cualquiera de 5 años (2004-2009 por ejemplo) y se estableció un desplazamiento medio en cada una de las coordenadas (X, Y, Z). Estos desplazamientos fueron los que se añadieron a los puntos de control de 2007. De esta forma se obtienen los posibles puntos de control de 2012. Si se parte de los puntos de control estimados para 2012, todo lo que se obtiene después (orientación externa, obtención de la superficie previa y obtención de los mapas densos de profundidad) forma esa posible campaña de 2012.

Por último se realizó el mismo proceso de cálculo de los vectores de flujo, tal y como se explicó para 2007-2009. Sin embargo, en este caso el desplazamiento es mayor

4. Experimentos

del posible error de la reconstrucción 3D y por tanto los desplazamientos se pueden considerar fiables. En la figura 4.25 se ha representado una muestra aleatoria de los vectores de flujo obtenidos (2007-2012). En color rojo se representa el contorno del glaciar. Cada uno de los *dense flow vectors* se representa por un punto donde comenzó el desplazamiento, y un segmento que indica cuanto se desplazó, con un factor 10 para “exagerar” ese desplazamiento y observarlo mejor.

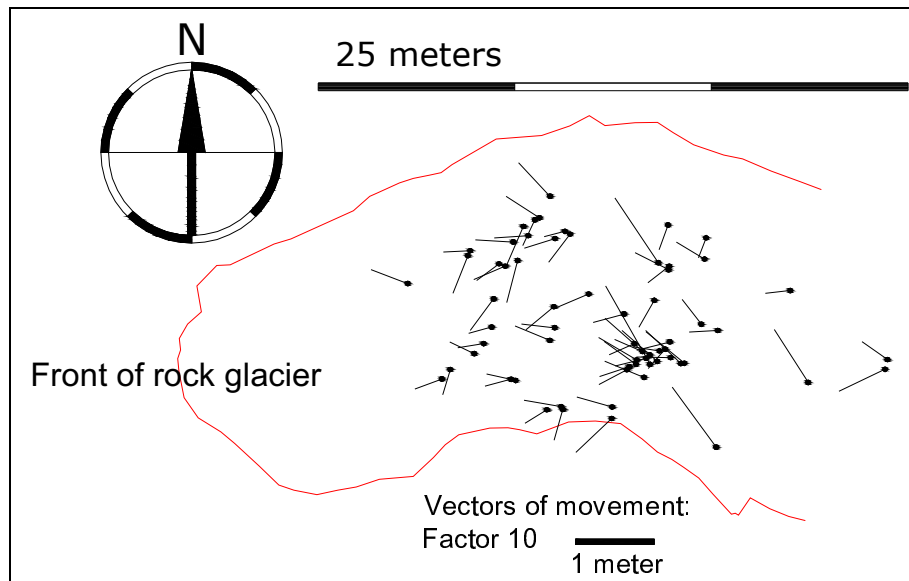


Figura 4.25: Posibles desplazamientos 2007-2012

El resultado es un conjunto de vectores de desplazamiento que nos indican de forma gráfica cómo ha evolucionado la superficie del glaciar rocoso. Los vectores de flujo obtenidos son consistentes con las medidas topográficas realizadas.

4.2.2. Helero del Jou Negro (2007).

Aunque el principal escenario para los experimentos ha sido el glaciar del Veleta en Sierra Nevada, también se ha incluido este segundo escenario del Jou Negro a modo complementario. El Jou Negro es un circo glaciokárstico situado en el noroeste del Macizo Central, en la cara norte de Torre Cerredo, la cumbre más alta de la **Cordillera Cantábrica**. El circo de Jou Negro estuvo ocupado durante la PEH (Pequeña edad del hielo) por un glaciar de 52 hectáreas (fácilmente reconstruido a partir de la morrena terminal bien conservada) (González 2007 y González et al. 2008). Actualmente, el antiguo glaciar se ha reducido a un resto de hielo glaciar o helero, parcialmente cubierto

de clastos y sin movimiento por deformación de su masa. Este helero continúa en regresión, después de haber perdido alrededor del 65% de la superficie del glaciar de la PEH y haber disminuido de modo considerable su volumen (González 2006 y González et al. 2008).

Desde el año 2007 hasta la actualidad, se han recabado los siguientes datos geomáticos del helero del Jou Negro (figura 4.26):

- Año 2007: Perímetro del helero, dos perfiles transversales, diez puntos de apoyo para fotogrametría (once fotografías) y cuatro perfiles geofísicos.
- Año 2008: Perímetro del helero, dos perfiles transversales, un perfil longitudinal y cuatro perfiles geofísicos.
- Año 2009: No hay datos (la nieve invernal no desapareció).

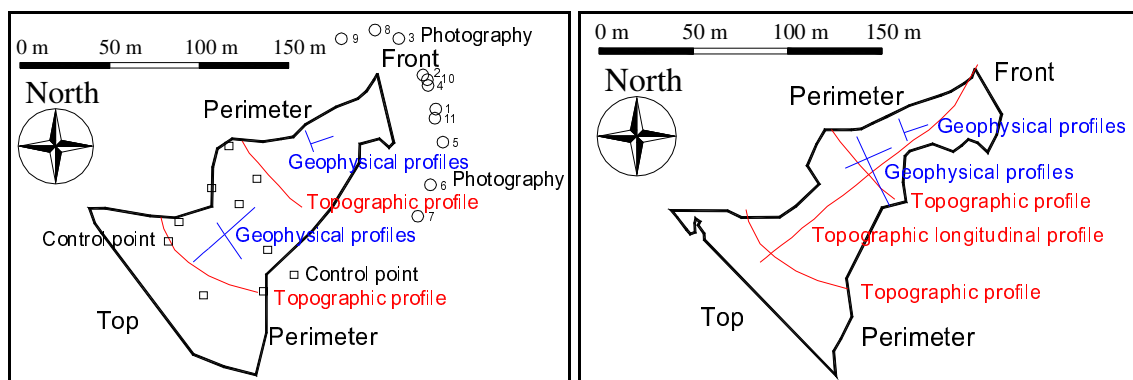


Figura 4.26: Datos geomáticos (2007-2008) en el Jou Negro.

Los experimentos que se han realizado en el helero del Jou Negro (De Matías et al. 2010b, 2010c, Sanjosé et al. 2010) únicamente se centran en las dos primeras fases de la metodología de este trabajo. No se han calculado mapas densos de profundidad ni se han estudiado los desplazamientos de bloques en las distintas campañas.

Para estos experimentos se cuenta con 11 fotografías tomadas durante la campaña de 2007 desde distintos puntos de vista a lo largo de la morrena del helero, y con ángulos convergente respecto a la zona a cartografiar. Las distancias entre las tomas se encontraban en un intervalo de entre 10 m y 50 m. Se utilizó una cámara digital (el modelo ya mencionado Canon EOS 5D con una focal fija de 35 mm) para la toma de fotografías y una estación total (la también mencionada Topcon GTS-502E) para la medición de 10 puntos de control y otra serie de puntos (perfiles) que fueron útiles para comparar los modelos obtenidos.

4. Experimentos

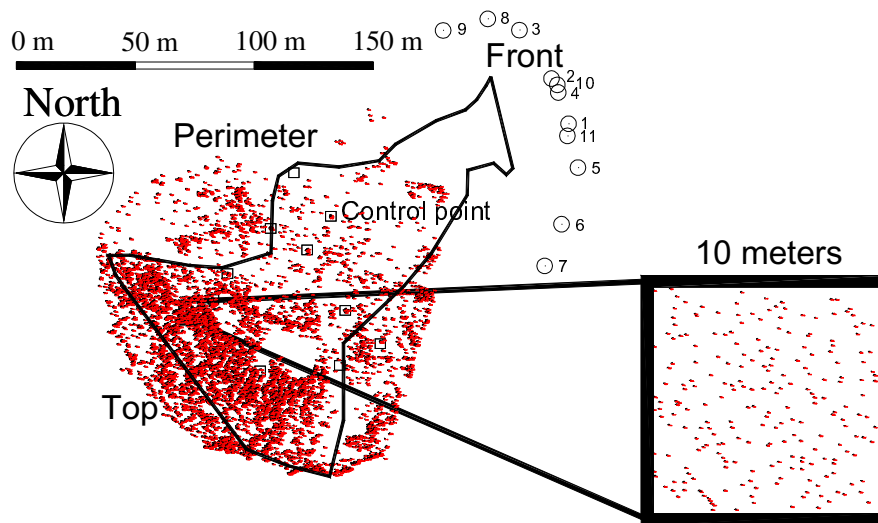


Figura 4.27: Situación de las cámaras, puntos obtenidos y puntos de control en el Jou Negro.

En este experimento sólo se realizó el primer bloque de cálculo de las cámaras, tal y como se explicó para el glaciar del Veleta (calibración interna, orientación externa mediante marcas instaladas en el terreno), y el segundo bloque de obtención de la superficie previa. Utilizando SIFT se obtuvieron alrededor de 3000 emparejamientos por cada par de imágenes, que tal y como se ha observado, supone prácticamente la misma cantidad de puntos 3D (tras el proceso de triangulación). En la figura 4.27 se muestra un ejemplo de la densidad de los puntos obtenidos para un par de imágenes, así como el contorno del helero, y la situación de las tomas de las imágenes y los puntos de control.

En este experimento, los modelos obtenidos se utilizaron para comparar el modelo digital obtenido (2007) con perfiles tomados mediante instrumental topográfico un año después (2008). En la figura 4.28 se muestran tres ejemplos de estas comparaciones. En cada caso se muestra el contorno del helero, las curvas de nivel obtenidas a partir del modelo 3D, los dos perfiles marcados a lo largo y ancho del helero, y de las tomas fotográficas se indica cuales fueron utilizadas (en color verde las que se utilizaron y en rosa el resto). Además en la esquina superior izquierda y en la inferior derecha se muestran las comparaciones del modelo obtenido (verde) con el que se midió en campo (azul) mediante instrumental topográfico un año después. Estas comparaciones se utilizaron para observar la evolución del helero desde el verano de 2007 hasta el de 2008.

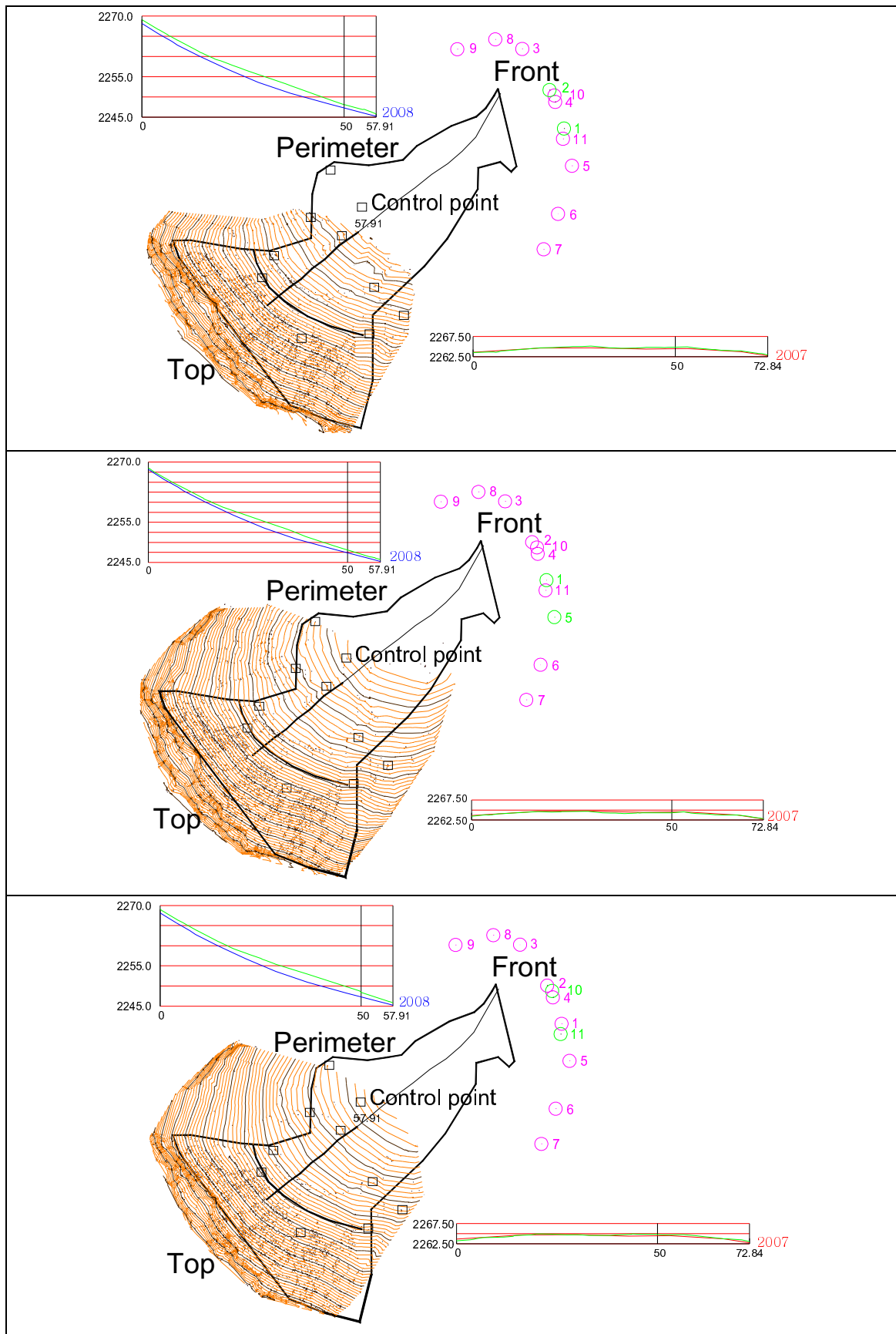


Figura 4.28: Comparación modelo obtenido (2007) con perfil longitudinal y transversal (2008)

4. Experimentos

Aunque las comparaciones de la figura 4.28 son para modelos de un solo par de imágenes se puede obtener un modelo final. Éste se obtiene uniendo los diversos modelos de cada par de imágenes, resultando un conjunto de alrededor de 45.000 puntos en coordenadas tridimensionales.

Capítulo 5: Conclusiones.

5. Conclusiones

5. Conclusiones

El objetivo principal de esta tesis ha sido establecer una metodología automática que permita obtener modelos tridimensionales precisos y con gran cantidad de información de estructuras geomorfológicas dinámicas. Este objetivo general se puede considerar alcanzado satisfactoriamente (De Matías et al. 2009a, De Matías et al. 2009b, De Matías et al. 2010a, De Matías et al. 2010b, De Matías et al. 2010c). En el capítulo anterior, se han revisado los experimentos realizados con la metodología propuesta y los resultados obtenidos. Se ha explicado la utilización de la metodología en las diferentes zonas de estudio y como los modelos obtenidos aportan suficiente cantidad de información.

Aunque este objetivo general se puede considerar satisfactoriamente alcanzado, hay que tener en cuenta que objetivos específicos de los que se establecieron en el capítulo de introducción se han alcanzado y en que grado.

Habría que empezar por la necesidad de aunar técnicas fotogramétricas y de visión por computador. Esta necesidad se traduce en tres objetivos concretos. El primero de ellos consiste en la simplificación del flujo de trabajo que en la actualidad se utiliza en proyectos fotogramétricos. En el capítulo 2 se ha expuesto la forma que tiene la fotogrametría de afrontar la reconstrucción tridimensional de una escena y de qué fases consta. Por otro lado, se expusieron los avances producidos en el ámbito de la visión por computador y el conjunto de técnicas que facilitan la propuesta realizada en este trabajo (geometría epipolar, nuevos métodos para el emparejamiento de imágenes, métodos de emparejamiento denso). La metodología que se ha propuesto ha intentado aunar ambas facetas consiguiendo un flujo de trabajo más sencillo para los usuarios de esta tecnología, eliminando o aligerando algunas de las fases del método fotogramétrico clásico. El segundo de estos objetivos consiste en aumentar la automatización del proceso fotogramétrico. Debido al uso de técnicas del ámbito de la visión por computador se ha conseguido una metodología totalmente automática, expandiendo su uso a un mayor número de perfiles de usuario. Por último, en tercer lugar se encuentra el objetivo de reducir el tiempo de trabajo en un proyecto fotogramétrico como los que en esta tesis se exponen. Los dos anteriores objetivos conllevan la consecución de este tercero. Gracias a la simplificación del flujo de trabajo y a la obtención de una

5. Conclusiones

metodología automática el tiempo de trabajo dedicado a un proyecto se reduce en gran medida.

En segundo lugar, se encontraba un objetivo puramente técnico, consistente en proponer un método que permita obtener una reconstrucción con una gran densidad de puntos y con datos de precisión aceptables. En el apartado 2.4 se han presentado los aspectos principales que caracterizan a los métodos de emparejamiento denso, así como las diferentes propuestas aparecidas en la literatura en los últimos años. Se seleccionó la más idónea para su aplicación en la reconstrucción de estructuras geomorfológicas dinámicas. Además, se indicaron en el capítulo 3 algunas adaptaciones que mejoraban los resultados obtenidos. El resultado es la obtención de mapas densos de profundidad con gran densidad de puntos (de hasta 5.000.000 de puntos 3D en algunos mapas, ver *experimento VI*) y con suficiente precisión (ver *experimento VII*).

En tercer lugar, se encontraba el objetivo de relacionar los modelos tridimensionales obtenidos en una campaña con los de otra para ver los desplazamientos de los distintos bloques del modelo. Para ello se han propuesto los vectores densos de flujo. Su misión en la metodología es el poder relacionar puntos 3D obtenidos en un año con otro punto 3D obtenido en otro anterior, utilizando emparejamiento de imágenes con SIFT. Las dudas que surgían al proponer esta técnica estaban en torno a dos cuestiones. Primero si sería posible encontrar puntos comunes entre imágenes tomadas en diferentes campañas (por ejemplo con 4 o 5 años de diferencia). En el capítulo anterior se ha demostrado como SIFT da un buen rendimiento en esta tarea. Se han emparejado imágenes con una diferencia de hasta 6 años (2003-2009), con un buen número de emparejamientos y de porcentaje de resultados correctos (en torno a 500 emparejamientos y tasas de acierto del 70%, ver *experimento IX*). La otra cuestión era si sería posible obtener información 3D de esos emparejamientos “entre campañas”. Se mostró también como esto era posible. El problema con los vectores densos de flujo proviene de los pocos datos con los que se contaba para evaluar su precisión. Se intentó verificar obteniendo la relación de las campañas de 2007 y de 2009 (ver *experimento VIII*). Sin embargo, el error que acumulan los mapas densos de profundidad es mayor que el desplazamiento del glaciar rocoso en ese tiempo. En su lugar, se trató de comparar el modelo de 2007 con un hipotético modelo de 2012, que tenía un desplazamiento suficiente, mostrando cómo se puede obtener el desplazamiento de los distintos bloques del glaciar rocoso (ver *experimento X*).

Por último, existía un objetivo relativo al campo de aplicación elegido para esta tesis doctoral. Existe un interés creciente en el estudio de los fenómenos de glaciario (en este caso glaciares rocosos y heleros) por su relación con los efectos del “cambio climático”. En el apartado 2.5 se ha hecho un repaso por los trabajos que tienen un objetivo similar a éste y cómo ha evolucionado su estudio con el desarrollo de nuevas técnicas. En el capítulo de experimentos se muestran dos ejemplos de la aplicación de esta metodología en proyectos geomorfológicos. Por un lado se habla del proyecto de monitorización del glaciar rocoso del Veleta en Sierra Nevada. La utilización de esta metodología va a permitir un avance en los resultados requeridos para este proyecto. La obtención de cartografías de gran nivel de detalle (a partir de los mapas densos de profundidad), así como las técnicas para el estudio del desplazamiento de bloques, ayudarán a mejorar las técnicas habitualmente utilizadas en este tipo de proyectos. Por otro lado se ha mostrado la aplicación de la metodología en el helero del Jou Negro en la Cordillera Cantábrica. Dentro de este proyecto se midió el desplazamiento del helero entre las campañas de 2007 y de 2008 combinando técnicas topográficas (en la campaña de 2007) y la metodología propuesta (en la campaña de 2008) con buenos resultados.

Es evidente que la metodología propuesta tiene aún algunos aspectos de mejora. Éstos se convierten, al finalizar esta tesis doctoral, en futuras posibles líneas de trabajo.

El primer aspecto con posibilidades de mejora es el de la precisión. Para ello se pueden abrir dos frentes. Por un lado intentar reducir el error de las diferentes fases de la metodología (orientación externa, cálculo de los mapas densos de profundidad,...) y en segundo lugar aumentar la resolución de las imágenes. Una mayor resolución en las imágenes permitirá reducir el error cometido en distancia, manteniendo el error relativo al píxel en las mismas cifras.

Finalmente será interesante ampliar los experimentos realizados. Por ejemplo, en el glaciar del Veleta sería interesante contar con más campañas. Como se explicó en el capítulo de experimentos sólo se tuvieron las campañas de 2007 a 2009, puesto que no fue posible tomar imágenes de la superficie del glaciar ni en 2010 ni en 2011. Cuando se pueda contar con dos campañas con desplazamientos suficientemente grandes se sacará un mejor partido a la técnica de los vectores densos de flujo para el seguimiento de los distintos bloques del glaciar. En el otro escenario, el helero del Jou Negro, también aportará mejores conclusiones, contando con alguna campaña más.

5. Conclusiones

Otra futura línea de trabajo es la aplicación de esta metodología a nuevos proyectos geomorfológicos. Entre las posibilidades que se han contemplado se encuentra la de buscar nuevos escenarios de aplicación. Existe una estrecha relación entre el grupo de investigación IGPU de la Universidad de Extremadura y el profesor Viktor Kaufmann de la Universidad Técnica de Graz. El profesor Kaufmann, junto con otros investigadores, ha desarrollado técnicas para la monitorización de glaciares rocosos en los Alpes austríacos. Por ello, será interesante probar esta metodología con los datos obtenidos en los glaciares que ya se han estudiado por los investigadores austríacos.

Anexos

Anexo I: Referencias bibliográficas.

Bibliografía

- P. Bachiller, P. Bustos y L.J. Manso. *Attentional Selection for Action in Mobile Robots*. Advances in Robotics, Automation and Control, ISBN 978-953-7619-16-9, 2008.
- E.P. Baltsavias. *Multi-Photo geometrically constrained matching*. PhD Thesis, Institute of Geodesy and Photogrammetry, ETH Zurich, Switzerland, 1991.
- A. Baumberg. *Reliable feature matching accross widely separate views*. International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Hilton Head, South Carolina, pp 774-781, 2000.
- H. Bay, T. Tuytelaars y L. Van Gool. *SURF: Speeded Up Robust Features*. European Conference on Computer Vision (ECCV06), 2006.
- M. Bern y D. Eppstein. *Mesh generation and optimal triangulation*. Computing in Euclidean Geomeetry, pp 23-90, 1992.
- A.F. Bobick y S.S. Intille. *Large Occlusion Stereo*. International Journal of Computer Vision, 33(3), pp 181-200, 1999.
- T. Bonfort y P. Sturm. *Voxel carving for specular surfaces*. International Conference on Computer Vision, pp. 591-596, 2003.
- M. Brown y D.G. Lowe. *Invariant features from interest point groups*. International British Machine Vision Conference, Cardiff, Wales, pp 656-665, 2002.
- F. Buill, M.A. Núñez y J.J. Rodríguez. *Fotogrametría analítica*. Ediciones UPC, 2003.
- J.F. Canny. *A computational approach to edge detection*. IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 8(6), pp 34-43, 1986.
- O. Chum, J. Matas y J. Kittler. *Locally optimized RANSAC*. German Pattern Recognition Symposium, pp 236-242, 2003.
- O. Chum y J. Matas. *Matching with PROSAC: Progressive sample consensus*. Computer Vision and Pattern Recognition, pp 220-226, 2005.
- I.J. Cox, S.L. Hingorani, S.B. Rao, B.M. Maggs. *A maximum likelihood stereo algorithm*. Computer Vision and Image Understanding, 63(3), pp 542-567, 1996.
- J.L. Crowley y A.C. Parker. *A representation for shape based on peaks and ridges in the difference of low-pass transform*. IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 6(2), pp 156-170, 1984.
- B. Curless y M. Levoy. *A volumetric method for building complex models from range images*. Int. SIGGRAPH, pp 303-312, 1996.
- O. Faugeras y Q.T. Luong. *The geometry of Multiple Images*. MIT Press, 2001.

Anexo I: Referencias bibliográficas

- S. Finsterwalder. *Zur photogrammetrischen Praxis*. Zeitschrift für Vermessungswesen 25(8), 225-240, 1986.
- M. Fischler y R. Bolles. *RANdom Sampling Consensus: a paradigm for model fitting with application to image analysis and automated cartography*. Commun. Assoc. Comp. Mach., 24(6), pp 381-95, 1981.
- W. Foerstner. *A feature based correspondence algorithm for image matching*. International Archives of Photogrammetry, 26(3), 1986.
- Y. Furukawa y J. Ponce. *High-fidelity image-based modeling*. Technical Report 2006-02, UIUC, 2006.
- P. Gargallo y P. Sturm. *Bayesian 3D Modeling from Images using Multiple Depth Maps*. IEEE Computer Vision and Pattern Recognition, 2, pp. 885-891, 2006.
- M. Goesele, B. Curless y S. Seitz. *Multi-view stereo revisited*. IEEE Computer Vision and Pattern Recognition, 2, pp. 2402-2409, 2006.
- A. Gómez, D. Palacios, M. Ramos y L. Schulte. *Location of Permafrost in Marginal Regions: Corral del Veleta, Sierra Nevada, Spain*. Permafrost and Periglacial Processes, 12, pp 93-110, 2001.
- A. Gómez Ortiz (Coordinador). *Geomorphological Map of Sierra nevada. Glacial and periglacial Geomorphology*. Granada: Junta de Andalucía, Consejería de Medio Ambiente, 2002.
- A. Gómez Ortiz, F. Salvador Franch, J.J Sanjosé Blasco, D. Palacios Estremera, L. Schulte, A. Atkinson Gordo. *Evolución morfodinámica de un enclave montañoso recién deglaciado: el caso del Corral del Veleta (Sierra Nevada), ¿consecuencia del Cambio Climático?*. Scripta Nova. Revista Electrónica de Geografía y Ciencias Sociales. Barcelona: Universidad de Barcelona, XII 270 (26), 2008.
- A. Gómez Ortiz, D. Palacios Estremera, F. Salvador Franch, JJ. Sanjosé Blasco, M. Oliva Franganillo, M. Salvà Catarineu, A. Atkinson Gordo, J. Galindo Zaldivar, C. Sanz de Galdeano, LM. Tanarro LM. & L. González Castillo. *Respuesta de una montaña mediterránea al Cambio Global (Sierra Nevada, España): el proceso degradativo de masas heladas glaciares relictas y permafrost*. Regional Geographic Conference UGI. Santiago de Chile. Chile (en prensa), 2011.
- J.J. González Trueba. *Topoclimatical factors and very small glaciers in Atlantic Mountain of SW Europe: The Little Ice Age glacier advance in Picos de Europa (NW Spain)*. Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie, 39, 115-125, 2006.
- J.J. González Trueba. *Pequeña Edad del Hielo en los Picos de Europa*. Universidad de Cantabria, Santander, 2007.
- J.J. González Trueba, R. Martín Moreno, E. Martínez de Pisón, E. Serrano. *Little Ice Age glacier advance and current glaciers in the Iberian Peninsula*. The Holocene, 18, 551-568, 2008.

- L. Goshen y I. Shimshoni. *Balanced Exploration and Exploitation Model Search for Efficient Epipolar Geometry Estimation*. European Conference on Computer Vision (ECCV06), 2006.
- W. Gruber y H. Slupetzky (2002). *Remapping of the Cathedral Massif Glacier (B.C., Canada) – from traditional mapping to digital techniques*. 2nd ICA Mountain Cartography Workshop, Mt. Hood, Oregon, USA, 2002.
- A. Gruen y T.S. Huang. *Calibration and Orientation for Cameras in Computer Vision*. (Eds.). Springer, 2001.
- H. Haggrén, C. Mayer, M. Nuikka, L. Braun, H. Rentsch y J. Peipe. *Processing of old terrestrial photography for verifying the 1907 digital elevation model of Hochjockferner glacier*. Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie, 41, pp 29-53, 2007.
- C. Harris y M. Stephens. *A combined corner and edge detector*. Fourth Alvey Vision Conference, pp 147-151, 1988.
- R. Hartley. *In defense of the eight-point algorithm*. IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 19(6), pp 580-593, 1997.
- R. Hartley y A. Zisserman. *Multiple View Geometry in Computer Vision, 2nd Edition*. Cambridge University Press, 2003.
- P. Hough. *Method and Means for Recognizing Complex Pattern*. U.S. Patent 3.069.654, 1962.
- A. Kääb, W. Haeberli y G.H. Gudmundsson. *Analysing the creep of mountain permafrost using high precision aerial photogrammetry. 25 years of monitoring Gruben rock glacier. Swiss Alps*. Permafrost and Periglacial Processes, 8, pp 409-426, 1997.
- A. Kääb y C. Kneisel. *Permafrost creep within a recently deglaciated glacier forefield: Muragl, Swiss Alps*. Permafrost and Periglacial Processes, 17, pp 79-85, 2006.
- V. Kaufmann y H. Ploesch. *Mapping and visualization of the retreat of two cirque glaciers in the Austrian Hohe Tauern National Park*. XIX ISPRS Congress International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, Amsterdam, The Netherlands, Vol. XXXIII, Part B4, pp 446-453, 2000.
- V. Kaufmann y R. Ladstädter. *Monitoring of active rock glaciers by means of digital photogrammetry*. Proceedings of the ISPRS Commission III Symposium "Photogrammetric Computer Vision" Graz, Austria, IAPRS, 34, Part 3B, pp 108-111, 2002.
- V. Kaufmann y R. Landstädter. *Documentation of the retreat of small debris-covered cirque glacier (Goessnitzkees, Austrian Alps) by means of terrestrial photogrammetry*. 4th ICA Mountain Cartography Workshop, Vall de Nuria, Spain, 2004a.
- V. Kaufmann y R. Ladstädter. *Change detection of a mountain slope by means of ground-based photogrammetry: A case study in the Austrian Alps*. 4th ICA Mountain Cartography Workshop, Vall de Nuria, Spain, 2004b.

- V. Kaufmann, R. Ladstädter y G. Kienast. *10 Years of monitoring of the Doesen rock glacier (Ankogel group, Austria) – A review of the research activities for the time period 1995-2005*. 5th ICA Mountain Cartography Workshop, Bohinj, Slovenia, 2006.
- L.W. Kenyi y V. Kaufmann. *Estimation of rock glacier surface deformation using SAR interferometry data*. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 41, 1512-1515, 2003.
- S. Lazebnik, C. Smith y J. Ponce. *Semi-local affine parts for object recognition*. Proceedings of the British Machine Vision, 2004.
- J.L. Lerma. *Fotogrametría moderna: analítica y digital*. Editorial UPV, 2002.
- K. Levenberg. *A Method for the Solution of Certain Non-Linear Problems in Least Squares*. Quarterly of Applied Mathematics 2, 164–168, 1944
- T. Lindeberg. *Detecting salient blob-like image structures and their scales with a scale-space primal sketch: a method for focus – of – attention*. International Journal of Computer Vision, 11(3), pp 283-318, 1993.
- T. Lindeberg. *Scale-space theory: A Basic tool for analysing structures at different scales*. Journal of Applied Statistics, 21(2), pp 224-270, 1994.
- G. López, J.J. Guerrero y J.J. de Sanjosé. *Automatic photogrammetry for the production of geomorphologic cartography*. 6th International Conference on Geomorphology, Zaragoza, 2006.
- M. Lourakis y A. Argyros. *The Design and Implementation of a Generic Sparse Bundle Adjustment Software Package Based on the Levenberg-Marquardt Algorithm*. Institute of Computer Science – FORTH, Technical Report FORTH-ICS TR-340-2004, 2004.
- M. Lourakis y A. Argyros. *Is Levenberg-Marquardt the most efficient optimization algorithm for implementing Bundle Adjustment*. IEEE International Conference on Computer Vision, 2, pp 1526-1531, 2005.
- M. Lourakis y A. Argyros. *SBA: A Software Package for Generic Sparse Bundle Adjustment*. ACM Transactions on Mathematical Software, 36 (1), pp 1–30, 2009.
- D. Lowe. *Object recognition from local scale-invariant features*. International Conference on Computer Vision, pp 1150-1157, 1999.
- D. Lowe. *Distinctive Image Features from Scale-Invariant Features*. International Journal of Computer Vision, 60(2), pp 91-110, 2004.
- Q.T. Luong, R. Deriche, O. Faugeras y T. Papadopoulos. *On determining the fundamental matrix: analysis of different methods and experimental results*. Technical Report 1894, INRIA, 1993.
- D. Marr, T. Poggio. *Cooperative Computation of Stereo Disparity*. Science, 194, pp 209-236, 1976.

- D. Marr y T. Poggio. *A computational theory of human stereo vision*. Proc. Royal Soc. London B, 204, pp 301-328, 1979.
- J. de Matías, J. Moreno y J.J. Guerrero. *Automatización de trabajos fotogramétricos mediante técnicas de Visión Artificial*. Congreso Internacional de Matemáticas en la Arquitectura y la Ingeniería, 2007a.
- J. de Matías Bejarano, J. Moreno del Pozo y JJ. Guerrero Campo. *Automatización de trabajos fotogramétricos mediante técnicas de visión artificial*. Topografía y Cartografía, XXIV nº173, 10-15, 2007b.
- J. de Matías, JJ. de Sanjosé, G. López-Nicolás, C. Sagües y JJ. Guerrero. *Photogrammetric Methodology for the Production of Geomorphologic Maps: Application to the Veleta Rock Glacier (Sierra Nevada, Granada, Spain)*. Remote Sensing, 1, 829-841, 2009a.
- J. de Matías Bejarano, J. Moreno del Pozo y JJ. Guerrero Campo. *A multi-view dense reconstruction for rock glacier modelling*. 15th International Conference on Virtual Systems and Multimedia, 2009b.
- J. de Matías, J. J. Guerrero, J. Moreno y J.J. de Sanjosé. *Image measurement techniques in rock glacier modelling*. International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 2010a.
- J. de Matías Bejarano, F. Berenguer Sempere, JJ. de Sanjosé Blasco. *Automatic close-range photogrammetry to Digital Terrain Model in ice patch Jou Negro (Picos de Europa-Spain)*. 7th ICA Mountain Cartography Workshop on “Mountain mapping and geospatial information retrieval”, 2010b.
- J. de Matías Bejarano, F. Berenguer Sempere, JJ. de Sanjosé Blasco. *Automatic close-range photogrammetry to Digital Terrain Model in Ice Patch Jou Negro (Picos de Europa – Spain)*. Geographia Technica. Special issue, 6-11, 2010c.
- J.C. McGlone. *Manual of photogrammetry 5th edition*. American Society for Photogrammetry and Remote Sensing, 2004.
- B. Messerli. *Beiträge zur Geomorphologie der Sierra Nevada (Andalusien)*. Juris Verlag. Zürich, 1965.
- E.M. Mikhail, J.S. Bethel y J.C. McGlone. *Introduction to Modern Photogrammetry*. Ed. John Wiley: New York, NY, USA, 2001.
- K. Mikolajczyk y C. Schmid. *An affine invariant interest point detector*. European Conference on Computer Vision (ECCV), Copenhagen, Denmark, pp 128-142, 2002.
- K. Mikolajczyk y C. Schmid. *A Performance Evaluation of Local Descriptors*. Proceedings of the IEEE Computer Vision and Pattern Recognition, 2, pp. II/257-II/263, 2003.
- K. Mikolajczyk y C. Schmid. *A Performance Evaluation of Local Descriptors*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence Vol. 27 No. 10, 2005.

- K. Mikolajczyk, T. Tuytelaars, C. Schmid, A. Zisserman, J. Matas, F. Schaffalitzky, T. Kadir y L. Van Gool. *A comparison of affine region detectors*. International Journal of Computer Vision, 65 (1-2), pp 43-72, 2005.
- H. Moravec. *Rover visual obstacle avoidance*. Int. Joint Conference on Artificial Intelligence, Vancouver, Canada, pp 785-790, 1981.
- F. Paul y A. Kääb. *Perspectives on the production of a glacier inventory from multispectral satellite data in the Canadian Arctic: Cumberland Peninsula, Baffin Island*. Annals of Glaciology, 42, 59-66, 2005.
- P. Pellikka y W. Gareth Rees. *Remote Sensing of Glaciers – Techniques for topographic, spatial and thematic mapping of glaciers*. CRC Press, 2010.
- J.A. Pérez. *Tesis doctoral: “Estimación de los parámetros internos de sensores utilizados en cámaras digitales de resolución media y alta mediante modelización de técnicas fotogramétricas”*, Universidad de Extremadura, 2009.
- W. Pillewizer. *Photogrammetrische Gletscherforschung*. Bildmessung und Luftbildwesen, 2, 66 – 73, 1938.
- M. Pollefeys, L. Van Gool, M. Vergauwen, F. Verbiest, K. Cornelis, J. Tops y R. Koch. *Visual modeling with a hand-held camera*. International Journal of Computer Vision, 59 (3), pp 207-232, 2004.
- J.P. Pons, R. Keriven y O. Faugeras. *Modelling dynamic scenes by registering multi-view image sequences*. IEEE Computer Vision and Pattern Recognition vol. II, pp 822-827, 2005.
- O. Qelle. *Beitragë zur Kenntnis der Spanischen Sierra Nevada*. Tesis doctoral. Berlin. Universidad Friedrich-Wilhelm, 1908.
- F. Remondino. *Detectors and descriptors for photogrammetric applications*, Photogrammetry and Computer Vision, Bonn, Germany, 2006.
- I. Roer, A. Kääb y R. Dikau. *Rock glacier acceleration in the Turtmann valley (Swiss Alps): Probable controls*. Norwegian Journal of Geography, 50, 157-163, 2005.
- P. Rousseeuw y A. Leroy. *Robust regression and outlier detection*. Ed. John Wiley: New York, NY, USA, 1987.
- F. Salvador Franch, A. Gómez Ortiz, M. Salvà Catarineu. & D. Palacios Estremera. *Caracterización térmica de la capa activa de un glaciar rocoso en medio periglacial de alta montaña mediterránea. El ejemplo del Corral del Veleta (Sierra Nevada, España). Periodo de observación: 1998-99/2008-09*. Cuadernos de Investigación Geográfica (en prensa), 2011.
- J.J. Sanjosé y J.L. Lerma. *La fotogrametría digital: Una herramienta idónea para el cartografiado y modelado de zonas de alta montaña*. In Congreso de periglacialismo en montaña, Potes, Spain, pp 185-203, 2001.

- J.J. Sanjosé y J.L. Lerma. *Estimation of the rocks glaciers dynamics by environmental modeling and automatic photogrammetric technique*. XX Congress International Society for Photogrammetry and Remote Sensing, Istanbul, Turkey, Vol. XXXV, Commission VII, WG VII/3, 2004.
- J.J. de Sanjosé, A.D.J. Atkinson, F.S. Franch, A. Gómez y J. de Matías. *Geodesic and photogrammetric techniques for the cartographic production and the observation of the geomorphic dynamic of the Corral del Veleta active rock glacier (Sierra Nevada, España)*. International Symposium on High Mountain Remote Sensing Cartography, 2006a.
- J.J. de Sanjosé, A.D.J. Atkinson, N.A. De Pablo, J.J. Zamorano, D. Palacios y J. de Matías. *Cartographic production (1997-2003) of the Popocatepetl (México) and the Ventorrillo glacier for the analysis of hydro volcanic risks*. International Symposium on High Mountain Remote Sensing Cartography, 2006b.
- J.J. Sanjosé, A.D.J. Atkinson, F. Salvador y A. Gómez. *Application of geomatic techniques to monitoring of the dynamics and to mapping of the Veleta rock glacier (Sierra Nevada, Spain)*. Zeitschrift für Geomorphologie, 51, 79-89, 2007.
- J.J. de Sanjosé Blasco, F. Berenguer Sempere, J. de Matías Bejarano, E. Serrano Cañadas. *Técnicas fotogramétricas aplicadas al Estudio del Helero del Jou Negro (Picos de Europa)*. XI Reunión Nacional de Geomorfología, 2010.
- C. Sanz de Galdeano, AC. López. *Nature and impact of the neotectonic deformation in the western Sierra Nevada (Spain)*. Geomorphology, 30 (3): 259-273, 1998.
- F. Schaffalitzky y A. Zisserman. *Multi-view matching for unordered image sets, of 'How do I organize my holiday snaps'*. European Conference on Computer Vision, Copenhagen, Denmark, pp 414-431, 2002.
- D. Scharstein, R. Szeliski. *Stereo matching with nonlinear diffusion*. International Conference of Computer Vision, 28(2), pp 155-174, 1998.
- D. Scharstein y R. Szeliski. *A taxonomy and evaluation of dense two-frame stereo correspondence algorithms*. International Journal of Computer Vision, 47(1/2/3), pp 7-42, 2002.
- C. Schmid y R. Mohr. *Local grayvalue invariants for image retrieval*. IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 19(5), pp 530-534, 1997.
- S. Seitz, C.M. Dyer. *Photorealistic scene reconstruction by voxel coloring*. International Journal of Computer Vision, 35(2), pp 1-23, 1999.
- S. Seitz, B. Curless, J. Diebel, D. Scharstein y R. Szeliski. *A Comparison and Evaluation of Multi-View Stereo Reconstruction Algorithms*. IEEE Computer Vision and Pattern Recognition, 1, pp 519-526, 2006.
- A. Shokoufandeh, I. Marsic y S.J. Dickinson. *View-based object recognition using salicency maps*. Image and Vision Computing, 17, pp 445-460, 1999.

- S. Smith, J. Brady. *SUSAN: a new approach to low level image processing*. International Journal of Computer Vision, 23, 45-78, 1997.
- P. Sturm. *On Focal Length Calibration from Two Views*. IEEE Computer Vision and Pattern Recognition, 2, pp 145-150, 2001.
- C. J. Taylor. *Surface reconstruction from feature based stereo*. International Conference of Computer Vision, pp 184-190, 2003.
- W.H. Theakstone. *Mapping changing glaciers*. Aarbus Geoscience, 7, 101-111, 1997.
- P. Torr. *Motion segmentation and outlier detection*. PhD Thesis, Dept. of Engineering Science, University of Oxford, 1995.
- Torr, P.H.S. *A structure and motion toolkit in matlab*. Technical Report MSR-TR-2002-56; Microsoft Research: Cambridge, UK, 2002.
- B. Triggs, P. McLauchlan, R. Hartley y A. Fitzgibbon. *Bundle Adjustment – A Modern Synthesis*. Vision Algorithms'99, LNCS 1883, pp 298-372, 2000.
- M. Triglav, M.K. Fras y T. Gvozdfanovic. *Monitoring of glacier surfaces with photogrammetry, a case study of the Triglav Glacier*. Acta Geographica, 40(1), 7-30, 2000.
- M. Triglav-Cedaka. *Photogrammetrical monitoring of the Triglav Glacier in Slovenia*. 5th ICA Mountain Cartography Workshop, Bohinj, Slovenia, 2006.
- E. Trucco y A. Verri. *Introductory Techniques for 3-D Computer Vision*. Prentice Hall, 1998.
- T. Tuytelaars y L.Van Gool. *Wide baseline stereo based on local, affinely invariant regions*. Int. British Machine Vision Conference, Bristol, UK, pp 412-422, 2000.
- G. Vogiatzis, P. Torr y R. Cipolla. *Multi-view stereo via volumetric graph-cuts*. IEEE Computer Vision and Pattern Recognition, pp 391-398, 2005.
- M. Weiss. *Die geschichtliche Entwicklung der Photogrammetrie und die Begründung ihrer Verwendbarkeit für Meß- und Konstruktionszwecke*. Strecker & Schröder, Stuttgart, 94 p, 1913.
- P.R. Wolf y B.A. Dewitt. *Elements of Photogrammetry with applications in GIS, 3rd ed*. Ed. Mc Graw Hill: Boston, MA, USA, 2000.
- T. Yu, N. Xu y N. Ahuja. *Shape and view independent reflectance map from multiple views*. European Conference on Computer Vision, pp 602-616, 2004.
- Z. Zhang, R. Deriche, O. Faugeras y Q.T. Luong. *A robust technique for matching two uncalibrated images through the recovery of the unknown epipolar geometry*. Artificial Intelligence, 78 (1-2), 87-119, 1995.

Anexo II: Índice de figuras

Anexo II: Índice de figuras

Índice de figuras

Figura 2.1: Esquema general de funcionamiento de un DPW.....	20
Figura 2.2: Ejemplo de marcas fiduciales.....	22
Figura 2.3: Esquema de la fase de orientación interna de un DPW.....	23
Figura 2.4: Esquema de la fase de orientación externa en un DPW.....	24
Figura 2.5: Modelo de cámara pinhole.....	27
Figura 2.6: Geometría epipolar de dos vistas de una escena.....	29
Figura 3.1: Esquema general de la metodología.....	52
Figura 3.2: Mecanismo de proyección en una cámara fotográfica.....	53
Figura 3.3: Ejemplo emparejamiento SIFT.....	56
Figura 3.4: Ejemplo de triangulación.....	60
Figura 3.5: Ejemplo de superficie triangulada por Delaunay.....	61
Figura 3.6: Esquema de retroproyección y reproyección.....	63
Figura 3.7: Pseudo-código de calculate_depth_map.....	64
Figura 3.8: Pseudo-código de calculate_corr.....	64
Figura 3.9: Estimación utilizando una superficie triangulada.....	66
Figura 3.10: Estructura piramidal.....	67
Figura 4.1: Cámara Rollei 6008.....	78
Figura 4.2: Cámara Canon EOS 5D.....	79
Figura 4.3: Estación Topcon GTS-502E.....	80

Anexo II: Índice de figuras

Figura 4.4: Receptores GPS Leica 1200.....	80
Figura 4.5: Macizo de Sierra Nevada (imagen Landsat).....	83
Figura 4.6: Cumbres de Sierra Nevada (ortofoto 2005, JA).....	84
Figura 4.7: Corral del Veleta, agosto, 2009 (A. Gómez Ortiz).....	86
Figura 4.8: Glaciar rocoso, agosto, 2009 (A. Gmez Ortiz).....	88
Figura 4.9: Fotografía superior, imagen general del frente del glaciar rocoso captada con estación total. Fotografías inferiores, detalles del mismo punto durante los años 2006, 2007 y 2008.....	89
Figura 4.10: Punto de control utilizado en fotogrametría y toma de fotografías en el pico del Veleta.....	90
Figura 4.11: Toma de datos con laser escáner.....	90
Figura 4.12: Evolución perfiles transversales (imagen superior) y longitudinal (imagen inferior) del glaciar rocoso.....	91
Figura 4.13: Ejemplo de imágenes realizadas con el objetivo de 35mm (2007).....	92
Figura 4.14: Ejemplo de imágenes realizadas con el objetivo de 100mm (2008)....	93
Figura 4.15: Esquema de situación de los puntos de control (2008).....	93
Figura 4.16: Gráfico de distorsión del objetivo 35 mm.....	95
Figura 4.17: Ejemplo de emparejamientos de SIFT (marcados con cruces azules) en un par de imágenes del glaciar del Veleta (2008).....	96
Figura 4.18: Orientación externa calculada. Posición de las cámaras respecto al glaciar (2008).....	98
Figura 4.19: Ejemplo de TIN del glaciar del Veleta (2008).....	99

Figura 4.20: Comparación con los 5 perfiles tomados con GPS (2008). En color negro se representan los perfiles tomados con GPS y en azul los obtenidos con la metodología propuesta.....	100
Figura 4.21: Partición de las nueve tomas en 4 mapas densos (2008).....	101
Figura 4.22: Mapa de curvas de nivel del glaciar (2008).....	105
Figura 4.23: Emparejamientos 2007-2009.....	107
Figura 4.24: Emparejamiento entre imágenes de 2003 y 2009.....	110
Figura 4.25: Posibles desplazamientos 2007-2012.....	111
Figura 4.26: Datos geomáticos (2007-2008) en el Jou Negro.....	112
Figura 4.27: Situación de las cámaras, puntos obtenidos y puntos de control en el Jou Negro.....	113
Figura 4.28: Comparación modelo obtenido (2007) con perfil longitudinal y transversal (2008).....	114

Anexo II: Índice de figuras

Anexo III: Índice de tablas

Índice de tablas

Tabla 4.1: Desplazamiento medio (por sectores) planimétrico / altimétrico en cm.....	91
Tabla 4.2: Datos de calibración de la cámara Canon EOS 5D.....	94
Tabla 4.3: Emparejamientos SIFT obtenidos en varios pares de imágenes de 2008.....	95
Tabla 4.4: Emparejamientos SIFT obtenidos en varios pares de imágenes de 2008.....	97
Tabla 4.5: Error de reproyección (en píxels) tras la orientación externa (2008).....	98
Tabla 4.6: Imágenes utilizadas en cada uno de los mapas de profundidad calculados (2008).....	101
Tabla 4.7: Puntos obtenidos en cada mapa de profundidad.....	103
Tabla 4.8: Error de reproyección de puntos terreno en píxel (2008).....	104
Tabla 4.9: Error de reproyección de puntos terreno en cm (2008).....	104
Tabla 4.10: Emparejamientos obtenidos en pares de imágenes 2007-2009.....	107
Tabla 4.11: Emparejamientos obtenidos en pares de imágenes 2003-2009.....	109